UNIVERSIDAD DE PALERMO

FACULTAD DE CIENCIAS SOCIALES

Tesis para optar al título de

Doctor de la Universidad de Palermo, PhD, en Educación Superior

MATEMÁTICA EN EL INGRESO A LAS UNIVERSIDADES NACIONALES ARGENTINAS: ANÁLISIS DE PROPUESTAS DE ACTIVIDADES DE APRENDIZAJE

GUSTAVO FABIÁN CARNELLI

Dirección: Dra. Marcela Falsetti

Buenos Aires, mayo de 2014

.

RESUMEN

Situada en la problemática del acceso a la Universidad, esta investigación aborda un estudio sobre la Matemática en las instancias de ingreso a las universidades estatales argentinas. A pesar de que el sistema de educación superior argentino suele ser reconocido como de acceso irrestricto, las universidades proponen variadas instancias de ingreso, estableciendo en ocasiones, limitaciones al acceso a las carreras.

El interés principal de la investigación es conocer el *perfil propuesto en Matemática*, entendido como los saberes y la actividad matemática específica de ellos y también transversal a ellos, que se propone que el estudiante despliegue en los cursos de Matemática de las instancias de ingreso. Acorde con un interés de conocimiento global del campo de estudio, se pretende caracterizar ciertos perfiles: a) el perfil propuesto mayoritario, conformado por los saberes y actividad matemática más frecuentes en las propuestas de enseñanza y b) el perfil propuesto en la asignatura Matemática del Ciclo Básico Común de la Universidad de Buenos Aires, por tratarse de la universidad más grande del sistema.

Debido a que no se ha encontrado bibliografía que aborde en forma integral al cuestión de la Matemática en el ingreso a la universidad, en un primer momento, se realiza un estudio exploratorio consistente en detectar los cursos de ingreso existentes en el conjunto de las universidades nacionales que tengan Matemática entre las asignaturas que lo componen, conocer qué mecanismo de admisión proponen, quiénes son los destinatarios del curso, qué modalidades de cursado se ofrece y qué contenidos matemáticos se incluyen.

Como resultado de este estudio se observó una amplia diversidad en cuanto al mecanismo de admisión en el que el curso se inscribe así como también en cuanto a los destinatarios del mismo y, más aún, en la modalidad de cursado. Sin embargo, en cuanto a los contenidos de enseñanza, se encontró una cierta homogeneidad: se atienden principalmente asuntos relativos a Números, Álgebra Básica y Funciones (en general, lineales y cuadráticas).

Para caracterizar los perfiles mencionados, se construye un instrumento consistente en una serie de categorías y sub-categorías acerca de los asuntos matemáticos que comprende el estudio de Números, Álgebra Básica, Funciones y Actividad Matemática Transversal.

Se trabaja con una muestra no aleatoria, consistente en las guías de trabajos prácticos que se utilizan en de 67 de los 129 cursos relevados que tienen Matemática.

El perfil mayoritario se construye a partir de las sub-categorías que están presenten en por lo menos el 50% de los cursos. Además, se determinan otros perfiles mayoritarios con las sub-categorías presentes en por lo menos el 60%, el 70% y el 80% de los cursos. Para el perfil propuesto en Matemática de la UBA se utilizan las guías prácticas del curso, los lineamientos y sugerencias que la coordinación de la asignatura da a los docentes y, también, los resultados de entrevistas a dos coordinadores del curso. Para la caracterización de ambos tipos de perfiles se utilizan análisis de tipo didáctico-matemático.

El perfil propuesto mayoritario construido resultó compuesto principalmente por asuntos técnicos y procedimentales relativos a la operatoria numérica y algebraica, con muy baja presencia de la actividad matemática transversal. También se realizaron cruces del perfil mayoritario con el mecanismo de admisión del curso y con los destinatarios. Estos cruces arrojaron como resultado más destacado que en los cursos no eliminatorios, el perfil propuesto es muy limitado. Por su parte, el perfil propuesto en Matemática del CBC de la UBA resultó similar al mayoritario.

A partir de este trabajo se abren distintas líneas posibles para investigaciones futuras; por ejemplo, indagar acerca de por qué los contenidos y el tratamiento que se da de ellos son los que se describen en este trabajo y por qué la actividad matemática transversal es poco atendida por las propuestas de enseñanza.

ABSTRACT

Acknowledging the problem of access to universities, this work analyzes the role of Mathematics courses at the beginning of undergraduate studies. Although the Argentine higher education system is often recognized as offering unrestricted access to students, most universities have different institutional mechanisms that can discourage students to pursue their higher education studies.

This research is aimed at describing the *proposed student profile for Math*, understood as the set of mathematical contents and practices that students must acquire. In line with the field of study, some profiles are characterized: a) a general student profile, defined by the set of disciplinary contents and practices that most frequently appear in varied teaching proposals, and b) the student profile associated with the Mathematics course offered at the Ciclo Básico Común of Universidad de Buenos Aires, the largest Argentinian university.

Since there is a lack of studies that analyze in a holistic manner university access in regards to Mathematics, we first explored admission courses in national universities to determine if they include Mathematics. Then, we defined the admission mechanisms, to whom are the mathematical courses addressed to, what are the modalities of the courses and what mathematical content was taught in them. Results show that there is considerable variation in the ways that universities manage admission courses as well as to whom these courses are addressed to. Even more variation was observed across university in regards to course modality. Nevertheless, some homogeneity was observed in relation to the mathematical contents, with Numbers, Basic Algebra and Functions (lineal and quadratic) being commonly taught in many universities.

To characterize the afore mentioned profiles, an instrument was built based on a series of categories and subcategories related to the mathematical issues involved in the study of Numbers, Basic Algebra, Functions and Transversal Mathematical Activity. We worked with a non random sample composed by 67 study guides used in 129 Mathematical courses.

The common profile was constructed departing from subcategories that appeared at least in half of the courses. Additionally, other common profiles were determined with subcategories that appeared in at least 60%, 70%, and 80% of the courses. The University of Buenos Aires mathematics profile were determined by analyzing data from course study guides, norms and suggestions offered by the coordinating instances to professors and interviews to two course coordinators. For both types of profiles an analysis including mathematical and didactical perspectives was used.

The common profile is limited, composed mainly by technical procedures and topics related to numerical and algebraic operations with very low presence of the transversal mathematical activity. Profile crosses major mechanism Course admission and recipients are also performed. Results show that in non- qualifying courses, the proposed profile is very limited. In this regard, the UBA profile is similar to the common profile.

Future studies could further inquire on the contents taught in Mathematics courses and the way they are presented as well as why the cross mathematical activity does not receive much attention in national universities.

ÍNDICE

CAPÍTULO 1: INTRODUCCIÓN

MATEMÁTICA Y EL INGRESO A LAS UNIVERSIDADES ESTATALES ARGENTINAS

LA ADMISIÓN A LA UNIVERSIDAD

La admisión al grado es uno de los temas de la agenda de la educación superior a partir de la ampliación de la cobertura del sistema desde la segunda mitad del siglo pasado. Esta discusión ha ganado relevancia producto del nuevo perfil de estudiante ya no homogéneo en su formación y origen social como en los tiempos de la universidad de elite (Chiroleu, 1998) y ha sido planteada con frecuencia en términos bipolares: el libre acceso, como supuesto garante de la igualdad de oportunidades, versus el acceso restringido, en supuesta defensa de la calidad académica (Duarte, 2004).

El presupuesto básico del mecanismo de admisión selectivo[1] es buscar el óptimo de predicción éxito-fracaso, entendido en términos de graduación. Se reconoce a este mecanismo como transparente, universal y sistemático (Sigal, 2003) y se sostiene también que en un contexto de recursos económicos insuficientes, la admisión de todos los aspirantes traería aparejada una disminución inexorable de la calidad académica. Se torna así necesario identificar a aquellos con mejor disposición intelectual (Rama, 2005) y para ello –dentro de esta lógica– la evaluación de los saberes adquiridos y/o la ponderación del rendimiento en el nivel medio constituye el mecanismo ideal, así como las pruebas de ingreso son el instrumento típico de selección. Pero estas restricciones basadas en los saberes adquiridos previamente terminan basándose también en indicadores sociales y económicos ya que los aspirantes provenientes de hogares con mayor capital cultural son los que logran mejores resultados en esas pruebas (Rama, 2005). Chiroleu (1998) destaca que las instituciones, en expresión de su tradición meritocrática, no han realizado cambios sustantivos en sus patrones de funcionamiento y han privilegiado la excelencia académica en desmedro de la igualdad de oportunidades. A la vez, la autora propone que el énfasis se ponga en la heterogeneidad social del nuevo alumnado más que en la cantidad que representan, alejándose de las dicotomías masividad – excelencia y cantidad – calidad.

Por su parte, desde la concepción del sistema de ingreso irrestricto[2], el acceso sin más condicionamientos que la titulación en el nivel medio es imprescindible para la democratización de la educación superior y realza los beneficios sociales dados por la ampliación de funciones no tradicionales de la universidad como la socialización de los jóvenes, la ampliación de la base cultural de la población y de los horizontes de vida de sectores históricamente excluidos (Chiroleu, 1998).

Duarte (2004) plantea dos perspectivas para el análisis del problema del acceso a la Educación Superior. La primera, en términos del desajuste entre demanda de educación y oferta de vacantes del sistema. La otra, necesaria para entender la complejidad del problema, relativa a las condiciones académicas de quienes pretenden ingresar; esto es, sus conocimientos previos, su capacidad de estudio y aprendizaje, su capital cultural y sus tiempos disponibles para el estudio. Dentro de esta segunda perspectiva y en oposición al ingreso irrestricto, para Tedesco (1985) ese mecanismo sólo asegura el ingreso formal al sistema pero no el acceso real al conocimiento, que no puede garantizarse sin la posesión de conocimientos mínimos.

Por su parte, Sigal (2003) caracteriza a los mecanismos irrestrictos como de selección implícita, por la que se da al interior del grado, excluyendo y provocando rezago, y a la que califica de heterogénea, inequitativa, arbitraria y poco sistemática.

LA ADMISIÓN A LA UNIVERSIDAD EN ARGENTINA

El acceso a los estudios superiores en Argentina fue restringido hasta los años cuarenta. Luego, los mecanismos irrestrictos y selectivos estuvieron asociados, respectivamente aunque no en correspondencia directa, a la alternancia entre períodos democráticos y dictatoriales.

La normativa argentina del sistema de educación superior se expresa en la Ley de Educación Superior Nº 24 521, sancionada en 1995. Sobre quiénes están habilitados para acceder al nivel dice:

> Para ingresar como alumno a las instituciones de nivel superior, se debe haber aprobado el nivel medio o el ciclo polimodal de enseñanza. Excepcionalmente, los mayores de 25 años que no reúnan esa condición, podrán ingresar siempre que demuestren, a través de las evaluaciones que las provincias, la Municipalidad de la Ciudad de Buenos Aires o las universidades en su caso establezcan, que tienen preparación y/o experiencia laboral acorde con los estudios que se proponen iniciar, así como aptitudes y conocimientos suficientes para cursarlos satisfactoriamente (Ley de Educación Superior N° 24 521, art.7)

Sobre la incumbencia de las universidades en cuanto a la admisión de los estudiantes, la ley precisa en el artículo 29 que es atribución de las universidades "establecer el régimen de admisión, permanencia y promoción de los estudiantes" y aporta una precisión: "En las universidades con más de cincuenta mil (50.000) estudiantes, el régimen de admisión, permanencia y promoción de los estudiantes será definido a nivel de cada facultad o unidad académica equivalente" (Ley de Educación Superior N° 24 521, art.50).

El sistema superior argentino presenta a comienzos de este siglo una tasa bruta de matriculación del 50 % de los jóvenes de entre 18 y 22 años, uno de los más altos de Latinoamérica (García de Fanelli, 2006), lo que lo inscribe en un modelo de acceso universal (García Guadilla, 1996). En 2008, esa tasa ya superaba el 60 % (Ezcurra, 2011)

Pero este incremento de la matrícula ha venido acompañado del crecimiento de fenómenos complejos: el abandono y el rezago en los estudios. Altos índices de abandono se han generalizado a casi todas las universidades y centralmente en los comienzos de los estudios, etapa ésta que comprende las dificultades que son inherentes al pasaje del nivel medio al superior y que se da imbricada en una de las desarticulaciones más conflictivas del sistema educativo (Jure y Solari, 2003).

Argentina, Bolivia y Uruguay son los únicos tres países del mundo con un mecanismo de ingreso irrestricto (Sigal, 2003). Con el retorno al sistema democrático a mediados de los años ochenta se suprimieron los exámenes de ingreso a las universidades estatales argentinas. Probablemente la expresión más visible de este cambio la dio la Universidad de Buenos Aires (UBA)[3] con la implementación del Ciclo Básico Común (CBC), un ciclo de un año de duración, con materias comunes a todas las carreras y materias específicas según grupos de carreras. El CBC implicó una fuerte inversión económica (construcción de sedes, contratación de gran número de docentes y no docentes, etc.) para atender a una población que pasó de unos 40 000 ingresantes en 1984 a más de 60 000 en los años siguientes[4] (Fernández Lamarra, 2002). El modelo de la UBA no se replicó en el resto del sistema y la mayoría de las universidades definió cursos de ingreso de variado tipo, creando casi tantos sistemas de admisión como facultades y hasta carreras (Duarte, 2004). La razón que se destaca para justificar la existencia de estos cursos de ingreso es principalmente la preparación para los estudios y la nivelación de conocimientos. Sin embargo, no se observa que los cursos para una misma carrera sean siempre similares ni que el mecanismo de admisión sea una característica de las instituciones ya que en un mismo organismo conviven distintos tipos de ingreso (Duarte, 2004).

A pesar de que el sistema de admisión argentino luce sin restricciones, con sólo realizar una mirada superficial pueden encontrarse elementos que cuestionan esa imagen. Las seis universidades nuevas del conurbano bonaerense[5] tienen un mecanismo de admisión que exige la aprobación de un curso. Las carreras de Medicina han implantado en muchas universidades un curso de ingreso eliminatorio que, en algunos casos, incluye también la figura del cupo de vacantes como, por ejemplo, las universidades de Córdoba y de Cuyo. Pese a estos ejemplos, puede decirse que en Argentina, por comparación con el resto, las modalidades de selección explícita no son de las más rígidas. Ninguna universidad estatal toma un examen como instrumento único de selección y, en todos los casos en que hay selección, existen ciclos propedéuticos.

Entre quienes han estudiado las modalidades de ingreso a las universidades nacionales argentinas está Sigal (2003). Desde un posicionamiento crítico del sistema argentino, al que denomina un no-sistema, tipifica a los mecanismos de admisión desde lo que llama la *diversidad de lo homogéneo*, en alusión a la gran variedad de cursos existentes dentro de un marco de ingreso irrestricto. Clasifica a los cursos combinando una óptica más general (hay o no curso, hay o no examen, etc.) con una más específica (tipo de los espacios que componen el curso: disciplinares, de orientación, etc.), reconociendo catorce formas distintas.

Por su parte, Trombetta (1999) analiza el ingreso desde dos dimensiones:

a) carácter:

- según su ubicación puede ser: pre-universitario –si es un ciclo previo no curricular– o curricular –cuando es el primer tramo de la carrera–.

- según el tipo de currículum puede ser: general –si es común o con un tramo común–, orientado –si es diferenciado o con un tramo diferenciado– y específico –si es característico de un centro en particular–.

- según las funciones (cuando no es selectivo) puede ser: orientador, nivelador, socializador o articulador.

b) modo de ingreso:

- irrestricto o directo, cuando el único requisito es el título secundario.

- selectivo sin cupo, cuando se exige la aprobación de una instancia evaluadora.

- selectivo con cupo, cuando la aprobación de una instancia evaluadora es condición necesaria pero no suficiente para acceder al grado.

En este marco se tiene a la UBA, que propone iniciar el grado con el CBC[6]; las seis nuevas del conurbano bonaerense que proponen un curso de ingreso eliminatorio, las carreras de Medicina que en varias facultades toman examen de ingreso y, en algunos casos, implantan un cupo de vacantes; varias universidades que aplican cursos que no son eliminatorios pero sí obligatorios (varias de las facultades de las universidades de Córdoba, Rosario y Tucumán, por ejemplo); otras que toman un examen inicial cuya aprobación exime de la realización de un curso de ingreso no eliminatorio (varias de las facultades de la universidad de La Plata); etc. Como se ve, es amplia la diversidad de respuestas que el sistema universitario ofrece en torno del ingreso al grado y para atender a una población aspirante muy numerosa respecto de las plazas disponibles y, en buena medida, con deficiencias serias en su formación previa.

En su estudio de los mecanismos de admisión al grado realizado por Duarte (2004), se observa que pese a que desde los años noventa han avanzado los mecanismos selectivos, un 60 % de la matrícula universitaria argentina pasa por el sistema de admisión irrestricto. En particular, las universidades creadas en la década de los noventa, en las que el problema del acceso ha sido fundacional, parecen haber realizado una ruptura respecto de dicho mecanismo (Duarte, 2004).

Puede decirse entonces, que en el marco de una política global de admisión sin restricciones, la heterogeneidad de respuestas existentes y las singularidades que se observan, le otorgan a la etapa del ingreso al grado en la Argentina una entidad específica, que se llama aquí *Ciclo de Inicio a los Estudios Universitarios* y, que por lo expuesto, ameritan focalizar la mirada sobre él.

En estas condiciones de masividad y de problemas de formación previa, los inicios del tránsito por el nivel superior afrontan altos índices de abandono. Diversos trabajos han estudiado y estudian el fenómeno de la deserción, observándose su complejidad y la multiplicidad de factores condicionantes. Entre las dificultades de este período de transición que derivan en el abandono de los estudios pueden mencionarse:

- el perfil cognitivo de los estudiantes, producto de conocimientos insuficientes o falta de estrategias de aprendizaje (puede verse en Ezcurra, 2005, 2007 y en Tinto, 2009). Sobre esto, Parrino (2005) se refiere a las características del ingresante argentino actual:

> (…) no siempre reúne la formación necesaria, ni posee todos los conocimientos que necesita para enfrentarse a un estudio universitario, y tampoco posee la madurez necesaria para ello. Carece de conocimiento sobre técnicas de estudio, no sabe cómo organizar sus tiempos, no considera al estudio ni al esfuerzo elementos básicos para su progreso. Además, por lo general, no dedica el tiempo que cada asignatura merece y necesita acorde a su nivel de dificultad (p.3)

- la poca flexibilidad de las instituciones universitarias para adaptar las demandas académicas y organizacionales al nuevo perfil de estudiante que accede a la universidad

Bourdieu y Passeron (2003, citado en Gluz y Rosica, 2011) señalan que los estudiantes "más favorecidos poseen hábitos, entrenamientos y actitudes que les sirven en sus tareas académicas, pero también heredan saberes y un saber-hacer" (p.130). Esto se complementa con lo que señalan Gluz y Rosica (2011):

> Los estudiantes provenientes de los sectores más desfavorecidos, por el contrario, se encuentran en desigualdad de condiciones, aptitudes y habilidades respecto a los

primeros; y es la propia educación quien se encarga de consagrar las desigualdades iniciales, dado que las instituciones educativas ignoran tales diferencias (p.130)

Ezcurra (2011) plantea, acerca del abandono estudiantil en los primeros tramos del grado, la hipótesis de que las instituciones "no son solo otro factor causal, sino que además configuran un condicionante primario, potente, decisivo" (p.47)

- la distancia académica entre el grado y las experiencias previas (puede verse en Ezcurra, 2005, 2011)

Esta característica propicia en los estudiantes la formación de la idea de que en el nivel medio han aprendido poco y que la experiencia de transitar por ese nivel fue una inversión poco útil (Ezcurra, 2011)

- el accionar de los profesores en el aula (puede verse en Astin, 1999 y en Ezcurra, 2007, 2011)

A propósito, Ezcurra (2011) dice que la hipótesis mencionada más arriba sobre el papel de las instituciones en el abandono estudiantil, puede asociarse con otra en la que se precisa que ese condicionamiento primario corresponde sobre todo a la enseñanza, en un sentido amplio, y en especial a las aulas, a las experiencias académicas cotidianas.

- los planes de estudios y programas con contenidos excesivos, ritmos de enseñanza acelerados, baja interacción docente-alumno y asignaturas con muy altos niveles de fracaso (puede verse en Ezcurra, 2007)

Como puede verse, los factores que influyen en el abandono de los estudios no pueden explicarse sólo desde las aptitudes y actitudes de los estudiantes sino que también intervienen factores institucionales. El ingresante a los estudios superiores vive un proceso de ajuste a ese mundo en el cual es novato. Un ajuste académico y también social ya que debe enfrentarse a una situación de aislamiento inicial (Ezcurra, 2007). El ajuste académico será más difícil cuanto mayor sea la brecha entre el perfil real del estudiante y el perfil ideal que esperan las universidades, o entre el capital cultural de estos estudiantes y la cultura académica preponderante (Ezcurra, 2007).

MATEMÁTICA EN EL INGRESO AL GRADO EN ARGENTINA

Las universidades nacionales han definido para la admisión al grado instancias previas que adquieren variadas formas y, en ellas, una importante cantidad de estudiantes debe cursar Matemática, entre otras asignaturas y espacios. Pero esta disciplina no sólo aparece para aquellas carreras en las que este campo tiene continuidad concreta con otras materias en el grado sino también está presente en otras carreras en las que esto no sucede. Hasta hay casos en que la asignatura Matemática es obligatoria para la totalidad de los aspirantes a una universidad. Alguna de las universidades nuevas del conurbano es ejemplo de esto.

Se tiene entonces, por un lado, a la Matemática como un espacio con fuerte presencia en las instancias de admisión pero, por otro, la preocupación producto del bajo rendimiento de los estudiantes en ella, hecho que atraviesa a los distintos niveles educativos. Diversos trabajos han estudiado dificultades en el aprendizaje y en el aprendizaje de la Matemática, en particular, en estudiantes del nivel universitario inicial. Algunas de ellas son:

- las asociadas al ritmo de la enseñanza de la materia. “La programación, de alta densidad temática, estaría imprimiendo un ritmo tan intenso a la enseñanza, que termina obstaculizando la comprensión y favoreciendo así la decisión de abandonar” (Amago, 2006)
- las asociadas a la interacción docente-alumno. Esta variable “también estaría obstaculizando la comprensión, sobre todo cuando las dinámicas de clase son marcadamente expositivas. Esta interacción aparece en muchos casos como insuficiente, con poco intercambio, poca participación de los estudiantes”. (Amago, 2006)
- las asociadas a los contenidos y habilidades específicos. Entre los estudios sobre estas cuestiones en ingresantes está el realizado por Abrate, Pochulu y Vargas (2006), donde puede

verse un estudio pormenorizado sobre los errores en el aprendizaje de la Matemática del último año del nivel medio de la ciudad cordobesa de Villa María, desde la visión de los profesores y desde el análisis de una evaluación tomada a alumnos de ese nivel, a las que se hará referencia en el Capítulo 2. Ramírez Arballo y Denazis (2011) también estudian dificultades en ingresantes entre las que se destacan la falta de familiaridad con el lenguaje simbólico, los conocimientos previos requeridos y la realización de demostraciones formales. En este trabajo, se señala que los estudiantes expresan una distancia amplia entre las prácticas matemáticas del nivel medio y las del nivel superior.

Evidentemente, las deficiencias en los conocimientos previos de los estudiantes explican sólo en parte las dificultades en la inserción a la vida universitaria y este problema presenta una complejidad que incluye una variedad de aristas. La intención es abordar aquí algunas de las que están vinculadas con la enseñanza de la Matemática.

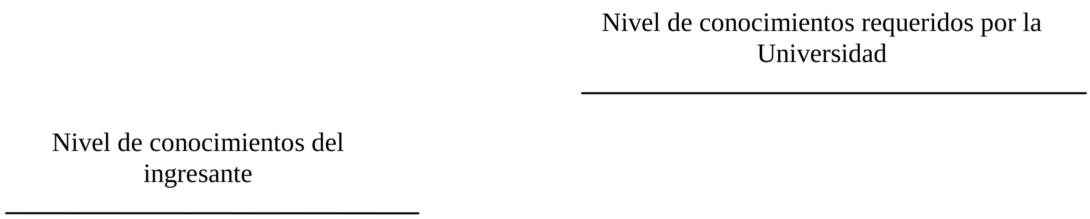
Se asume que la Matemática que se enseña en el Ciclo de Inicio a los Estudios Universitarios, está organizada en grandes temas (Números, Álgebra, Funciones, etc.) y que está enfocada bajo el supuesto de que éstos ya han sido trabajados previamente en el nivel medio. La enseñanza de estos temas comprende desarrollar una serie de contenidos que los conforman (por ejemplo, para Álgebra: *Factorización de polinomios*, *Operaciones con expresiones algebraicas*, etc.). El trabajo con los contenidos, expresado en actividades para el aprendizaje, supone el desarrollo de actividad matemática específica del contenido (por ejemplo, *pasar de una forma de representación de un número racional a otra*, específica del contenido *Formas de representación de un número racional*) y también actividad matemática transversal, no específica de un contenido (como *resolver problemas*, *formular conjeturas*, etc.).

Bajo esta idea, interesa conocer qué se espera del ingresante al grado en cuanto al conocimiento de esta disciplina. Un documento de la Universidad Nacional del Nordeste

(2008) hace referencia al esquema que propone André Antibi, a propósito de la situación del ingreso. El mismo es el de la Figura 1:

Figura 1:

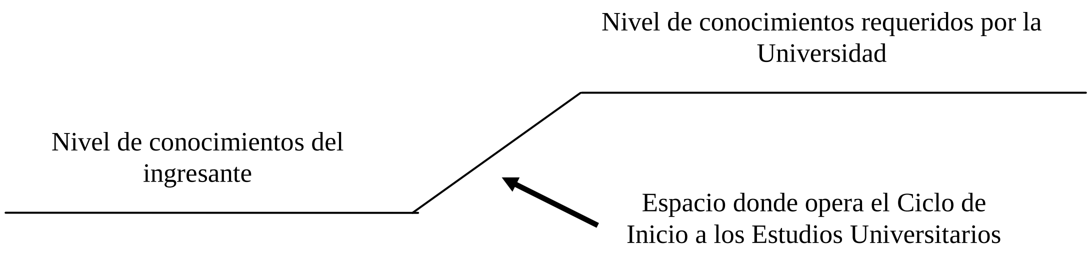
Esquema propuesto por Antibi



El esquema pretende exhibir el salto que hay entre uno y otro nivel. Entendiendo al escalón superior como las exigencias en el grado y aceptando la pertinencia de dicho esquema, el Ciclo de Inicio a los Estudios Universitarios debería operar de forma tal de favorecer un esquema como el siguiente:

Figura 2:

Adaptación del esquema de Antibi



La Matemática en el Ciclo de Inicio a los Estudios Universitarios se ubica en el segmento oblicuo del esquema anterior y es un campo que aún no ha sido explorado en su conjunto por la investigación en Educación Matemática. En este primer acercamiento, se pensó en caracterizar el *perfil propuesto en Matemática*, conformado por los alcances de los contenidos matemáticos, expresados en actividad matemática específica de ellos, y la actividad matemática transversal a los distintos contenidos, que el estudiante debe saber para ingresar al grado.

El perfil mencionado tiene distintos niveles de concreción; por ejemplo, a nivel docente, entendido como lo que el estudiante debe saber, desde la perspectiva de los docentes que dictan los cursos. Otro nivel es el de programación del curso, que tiene entre sus componentes a las actividades para el aprendizaje que se proponen a los estudiantes.

Con la intención de conocer a este campo en forma global, y ante la dispersión geográfica de las universidades, esta investigación opera en el último nivel de concreción mencionado, el de la programación de los cursos, utilizando fuentes documentales como son las actividades para el aprendizaje. Se entiende que éstas expresan en buena forma las intencionalidades de la enseñanza.

Acorde también con la idea de conocimiento global del campo, que pretende captar generalidades más que particularidades, el trabajo se centra en dos tipos de perfiles propuestos. Uno de ellos es el perfil propuesto mayoritario, esto es, el que se observa como más frecuente en la Matemática del Ciclo de Inicio a los Estudios Universitarios. En otros términos, los alcances de los contenidos y la actividad matemática más exigidos. El otro, es el perfil propuesto en la asignatura Matemática de la UBA, la universidad más grande del sistema.

Interesa indagar también si el perfil propuesto mayoritario es sensible a ciertas variables como el mecanismo de admisión en el cual se inscribe el curso de Matemática (irrestricto, selectivo, etc.) o a quiénes va dirigido (el curso es para todos los aspirantes a la universidad o es sólo para ciertas carreras).

En síntesis, el problema de esta investigación puede formularse de la siguiente manera:

¿Qué esperan las universidades estatales argentinas, a nivel de programación de curso, que los ingresantes[7] sepan de Matemática en cuanto a desarrollo de los contenidos y a actividad matemática a desplegar con ellos? En los términos utilizados en este capítulo: ¿Cuál es el perfil propuesto en Matemática en el ingresante, a nivel de programación de curso, en el Ciclo de Inicio a los Estudios Universitarios?

Los objetivos de la investigación son los siguientes:

Objetivo general:

- Caracterizar perfiles propuestos en Matemática para el ingresante al Ciclo de Inicio a los Estudios Universitarios, a nivel de programación del curso.

Objetivos específicos:

- Categorizar los cursos de Matemática del Ciclo de Inicio a los Estudios Universitarios en cuanto al mecanismo de admisión, los destinatarios, la modalidad y la duración de cursado y conocer los contenidos de enseñanza más frecuentes.

- Caracterizar el perfil propuesto mayoritario en Matemática para el ingresante al Ciclo de Inicio a los Estudios Universitarios.

- Caracterizar el perfil propuesto en la asignatura Matemática del Ciclo Básico Común para el ingresante a la Universidad de Buenos Aires.

- Describir matices en el perfil propuesto mayoritario de acuerdo con el mecanismo de admisión en el que se inscribe el curso de Matemática y con las carreras a la que está dirigido.

- Describir particularidades de la enseñanza de la Matemática en el Ciclo de Inicio a los Estudios Universitarios.

Los trabajos encontrados en el corpus bibliográfico relativo a la enseñanza y al aprendizaje de la Matemática en esta etapa inicial de los estudios universitarios, se centran en diagnósticos acerca de los conocimientos de los estudiantes de una determinada universidad o facultad o en propuestas para la enseñanza de algún tema particular. En definitiva, no se encontraron trabajos en donde la Matemática del Ciclo de Inicio a los Estudios Universitarios sea abordada en forma integral. A partir de esto, se impone la realización de una etapa exploratoria con vistas a conocer cómo está compuesto este campo que se pretende atender.

CAPÍTULO 2: MARCO TEÓRICO

ASPECTOS DIDÁCTICO – MATEMÁTICOS SOBRE NÚMEROS, ÁLGEBRA, FUNCIONES Y ACTIVIDAD MATEMÁTICA

El perfil propuesto en el estudiante que aspira al grado está conformado por los alcances de los saberes matemáticos que debe saber y de la actividad matemática transversal que debe desplegar con ellos. Los contenidos de enseñanza privilegiados por la Matemática en el Ciclo de Inicio a los Estudios Universitarios pertenecen al ámbito de lo numérico (los racionales e irracionales), de lo algebraico (la resolución de ecuaciones y las expresiones algebraicas) y de las funciones elementales (las funciones en general, las lineales y las cuadráticas), como se fundamenta en el Capítulo 3. Se realiza aquí un recorrido por estas temáticas de la disciplina, destacando elementos relevantes de la naturaleza y características de esos objetos matemáticos, de su enseñanza y de las dificultades de aprendizaje reconocidas en la investigación. También es interés de esta investigación la actividad matemática que se propone realizar al estudiante, particularmente la que es transversal a los contenidos. Así, el desarrollo sobre actividad matemática junto con lo numérico, lo algebraico y las funciones conforman el marco teórico a partir del cual se diseñan los instrumentos para el análisis de las propuestas de enseñanza.

NÚMEROS RACIONALES, IRRACIONALES Y REALES

Una de las particularidades de los racionales y de los irracionales radica en sus distintas formas de representación. Los números racionales pueden representarse en forma fraccionaria y en forma decimal y suele ser útil también expresarlos como porcentaje. En vínculo con lo concreto, la expresión fraccionaria puede asociarse a las partes de un todo o al reparto equitativo de una cierta cantidad entera en partes, la expresión mediante su desarrollo decimal a las mediciones y la forma porcentual, a las partes de una referencia que es la centena.

Esta ductilidad de los racionales requiere por parte de la enseñanza de un trabajo específico sobre cada una de ellas y sobre las conversiones de una forma a la otra, favoreciendo un manejo flexible de estas distintas representaciones que permita elegir la más conveniente según la acción que se realice y reconocer las ventajas y desventajas de una forma u otra.

En cuanto a las representación de los números irracionales, algunos tienen una representación simbólica literal, como π o e, otros una expresión como radicales[8], como por ejemplo $\sqrt{3}$, y todos tienen una representación mediante su desarrollo decimal. La cantidad infinita de cifras no periódicas que presenta la parte decimal de estos números hace imposible su exhibición en esta forma sino a través de escrituras que adolecen de márgenes de imprecisión, como por ejemplo, cuando se escribe 3,01001000100001... para representar al número irracional cuya parte decimal está formada por ceros y unos con un patrón que debe inferirse de aquella parte que se explicita. Esta imprecisión se transforma en imposibilidad de escritura cuando el número irracional no presenta un patrón en los dígitos de su parte decimal. Esta limitación de la expresión decimal de los irracionales debe ponerse en juego desde la enseñanza a través de actividades específicas en las que se expresen estas limitaciones del uso de la calculadora y en las ésta sea una herramienta de exploración y facilitación del cálculo. Un ejemplo de esto es la siguiente actividad: *Comparar a los números* $\sqrt{3}$ *y 1,732050808* (el número decimal es lo que las calculadoras científicas comunes presentan en el visor al realizar la raíz cuadrada de 3). En particular, las expresiones decimales infinitas, sean periódicas o no periódicas, son terreno fértil para el trabajo con el cálculo aproximado y las estimaciones.

Tanto para los racionales como para los irracionales, la elección de una forma u otra de representación debe estar de acuerdo con la posibilidad de resolución o con la conveniencia o con la economía de trabajo. Por ejemplo, en la actividad *Encontrar un número racional que esté entre ... a)* $\frac{3}{7}$ *y* $\frac{5}{7}$*; b)* $\frac{3}{7}$ *y 0,42,* la forma fraccionaria es la óptima para encontrar lo pedido en a), mientras que en b) es necesario unificar la forma de expresar a los números, siendo la decimal la más económica si se dispone de una calculadora. En caso de no disponerse de ella, la situación es resoluble mediante un trabajo equiparable tanto con las expresiones fraccionarias de ambos números como con las expresiones decimales aunque lo que se pone en juego es distinto.

Entre las propiedades más destacadas del conjunto de números racionales y del conjunto de números irracionales está la de ser densos en los reales, hecho que los distingue de los enteros y naturales. Otra propiedad importante, que distingue al conjunto de los números reales del conjunto de los números racionales, es la de completitud.

El trabajo con la propiedad de densidad permite utilizar muchos elementos relativos a lo numérico ya que da funcionalidad a la operatoria, a las aproximaciones, a las distintas representaciones de los números y también involucra conceptos complejos como el de infinito. La completitud requiere de desarrollos teóricos más amplios que, según se observó, que no son incluidos en la Matemática en el Ciclo de Inicio a los Estudios Universitarios, debido a su habitual inclusión en los cursos más avanzados de Análisis Matemático. Es usual que se presente una idea intuitiva de la completitud expresada en que los irracionales completan la recta numérica llenando los lugares que los racionales dejan vacíos.

Por otra parte, los números son objetos con los que es posible operar. Distintas situaciones concretas son resolubles mediante operaciones con números y los racionales son campo fértil para ello. Además de su vínculo con lo concreto, cada operación tiene sus algoritmos de cálculo específicos que varían de acuerdo con la representación en la que estén dados los números. Por esto, la enseñanza de las operaciones con racionales e irracionales requiere del planteo de situaciones enmarcadas en un entorno externo a la Matemática (contextualizadas) y también intra-matemáticas (descontextualizadas); en este último caso, básicamente en lo que concierne al trabajo rutinario sobre los algoritmos de cálculo.

El conjunto de los racionales y el de los irracionales tienen distintas propiedades relativas a las operaciones suma y producto. Una expresión de esto es la ley de cierre de las operaciones en esos conjuntos. A partir del primer acercamiento ya realizado al conocimiento de los materiales de los cursos de Matemática se observa que lo ligado a definición de las operaciones y a la ley de cierre es mucho menos trabajado que otro tipo de propiedades tales como la distributiva, de la cual sí se observa un énfasis muy marcado.

Las características mencionadas de los racionales e irracionales, en vínculo con la enseñanza y el aprendizaje de la Matemática pueden asociarse a lo que algunos autores han llamado el *sentido numérico*. Con esta expresión se hace referencia a una serie de características tales como la buena interpretación de los números, su uso, sus relaciones, la elección de una representación u otra en función de la acción que deba realizarse, el reconocimiento de errores de cálculo, etc. (Greeno, 1991). Aragón, Falsetti, Formica y Rodríguez (2003) señalan algunos puntos que deberían contemplarse en las actividades para el aprendizaje de modo de atender el sentido numérico. Éstas son: comprender las particularidades de los distintos campos numéricos (por ejemplo, la doble representación decimal de ciertos racionales tales como $0,\hat{9}$, las interpretaciones de ciertos racionales como reparto o como porcentaje, la discretitud de los enteros frente a la densidad de racionales e irracionales), comprender los criterios de ordenamiento en los distintos conjuntos numéricos (por ejemplo, el orden en naturales versus el orden en enteros, las limitaciones de la idea de agrandar asociada a la multiplicación) y trabajar en el plano simbólico en forma operativa (por ejemplo, reconocer si dos expresiones numéricas son iguales o no, decidir qué operaciones entre dos números irracionales dados da por resultado un racional o un irracional).

En cuanto a las dificultades en el aprendizaje de lo numérico, un trabajo realizado con ingresantes a la Facultad de Ciencias Exactas, Naturales y Agrimensura de la Universidad Nacional del Nordeste estudia el conocimiento de los ingresantes sobre el reconocimiento de números naturales, enteros, racionales, irracionales y reales. Las conclusiones arribadas indican un mayor conocimiento de los naturales y los enteros, confusión entre racionales e irracionales y poco conocimiento de los reales; dificultad para reconocer a un entero o un natural como un racional, identificándose a un número racional con un número fraccionario no entero y la dificultad dada por las distintas representaciones de un número (Mata, Porcel, y Romero Zalazar, 2005).

Un elementos importante a considerar para el conocimiento de las dificultades en el aprendizaje de lo numérico es el Operativo Nacional de Evaluación 2000 (s.f.), que tuvo carácter censal y se aplicó a los estudiantes del último año del nivel medio. Se analizaron los logros en cuanto a contenidos y a capacidades. En particular, en dos de los ítems de probabilidades que presentaron bajos resultados, se explica que:

(…) muchos de los errores pueden ser cometidos por dificultades en el reconocimiento del concepto de fracción (…) se aprecia, probablemente, la no comprensión dinámica y completa del concepto de fracción y de fracciones equivalentes como nociones relacionadas con el concepto de probabilidad. (Operativo Nacional de Evaluación 2000, s.f.)

ÁLGEBRA

El problema central del Álgebra ha sido durante mucho tiempo la resolución de ecuaciones, tema que fue trabajado por el hombre desde la antigüedad. Básicamente, el interés estuvo puesto inicialmente en la resolución de problemas de índole práctica. No obstante, el propósito de exhaustividad, la obtención de todas las soluciones, ya estuvo presente en esas épocas, a pesar de las limitaciones que para este fin imponía, entre otras, el desconocimiento de los números negativos.

A comienzos del siglo XX, el Álgebra tomó como rumbo el estudio de las estructuras, entendidas éstas como clases de objetos (por ejemplo, los grupos, anillos, cuerpos, espacios vectoriales), a los cuales se dota de algunas operaciones como las que se realizan entre números. Como sostiene De Guzmán:

> El estudio abstracto de tales estructuras representa una enorme economía de pensamiento, ya que aparecen repetidas muchas veces, en muy diversas áreas de una forma natural. (...) Por otra parte, tal estudio pone de manifiesto la unidad profunda de los diversos campos de la Matemática. (De Guzmán, 2001, citado en Carnelli, Falsetti, Formica y Rodríguez, 2006)

La enseñanza del Álgebra

El Álgebra es el campo de trabajo con el registro simbólico, por excelencia. Diversos autores han clasificado los distintos usos del literal y estudiado cuestiones relativas al aprendizaje del Álgebra Básica (por ejemplo, Alurralde e Ibarra, 2008, Usiskin, 1998 y Kieran, 1996). Uno de los trabajos más referidos en esta temática es el llamado modelo 3uv que plantea tres manifestaciones del literal en el trabajo algebraico: como incógnita, como número generalizado y en relación funcional (Ursini, Escareño, Montes y Trigueros, 2005). A partir de estas producciones, en función de los intereses de esta investigación, se propone la siguiente organización de los distintos usos que tienen los literales en el Álgebra:

- como *incógnita*; cuando dada una ecuación, se manipula al literal con el propósito de hallar sus soluciones;

- como *indeterminada*; cuando dada una o varias expresiones algebraicas, se manipula al literal para, por ejemplo, operar con ellas o determinar el grado y los coeficientes, si se trata de un polinomio;

- como *variable*, cuando dada una expresión algebraica se manipula al literal asignándole valores. Por ejemplo, cuando se realiza una tabla de valores para una función dada por su expresión analítica;

- como *número general*, cuando se realizan generalizaciones, como al proponer la expresión de los números pares como $x = 2k$, con k entero;

- como *parámetro*, cuando se utiliza como un objeto matemático conocido que se manipula como desconocido, como *A, B* y *C* en la expresión general de las ecuaciones cuadráticas $Ax^2 + Bx + C = 0$, con *A, B* y *C* reales, *A* distinto de *0*. El uso del parámetro permite generalizar situaciones, como la del ejemplo anterior y, en actividades para el aprendizaje, permite presentar una expresión que engloba a una diversidad de casos susceptibles de ser analizados. Como una actividad modélica de este uso puede darse la siguiente: Dada la siguiente familia de sistemas de ecuaciones $\begin{cases} k^2x + y = 3 \\ kx + 2y = k \end{cases}$, ¿para qué valores reales de *k* resulta compatible determinado, compatible indeterminado e incompatible?

Para que un estudiante desarrolle un manejo fluido de los símbolos es necesario que tome conciencia de que éstos pueden desempeñar roles distintos según el contexto, que comprenda su poder, eligiendo cuándo y cómo usarlos y con qué fines, que tenga capacidad para manipularlos para luego extraer información. Esto es lo que Arcavi (1994) llama *leer a través* de los símbolos y que comprende una serie de cuestiones; entre ellas, la capacidad intuitiva de saber cuándo usar símbolos en el proceso de resolución de un problema y cuándo abandonar el tratamiento simbólico para utilizar otras herramientas, dotar de significado en contexto de la solución simbólica y convencerse de sus alcances, analizar las expresiones simbólicas antes de manipularlas, leer y manipular símbolos y expresiones simbólicas, poder elegir adecuadamente los símbolos y reconocer una elección no adecuada y proponer cambios, realizar transformaciones algebraicas, etc. (Falsetti y Rodríguez, 2003). Algunas de estas características pueden verse cuando una expresión como $\frac{3x-6}{x-2}$ es reconocida de modo tal que el numerador es el triple del denominador, excepto para $x = 2$ en que no está definida y, por lo tanto, es 3 para todos los valores de x para los cuales tiene sentido; o también cuando en la expresión $n^3 - n$ (con n natural) es entendida como un múltiplo de 6 ya que al transformarse a una expresión equivalente como $n.(n-1).(n+1)$ es posible interpretarla como el producto de tres números naturales consecutivos lo cual significa que es múltiplo de 2 y de 3, es decir, de 6.

Los grandes temas del Álgebra Básica son la resolución de ecuaciones, las expresiones algebraicas, en particular, los polinomios y, más particularmente aún, la factorización de polinomios. A continuación se desarrollan diversos aspectos referidos al contenido, a la enseñanza y al aprendizaje de estos temas. Vale puntualizar que no se abordan en este trabajo las distintas formas de introducción del Álgebra, debido a que en los cursos de Matemática que se analizan aquí, está implícita una enseñanza previa del tema en la escolaridad media, como se explicará más adelante.

La resolución de ecuaciones

Al resolver una ecuación, no sólo se encuentran algunos valores que la verifican (soluciones de una ecuación), sino todos esos valores (el conjunto solución de una ecuación) y, por lo tanto, todos los valores que no la verifican. En ocasiones, no hay métodos que permitan hallar las soluciones pero sí resultados teóricos que permiten saber si la ecuación tiene o no solución. Por ejemplo, se ha probado que no hay una fórmula resolvente para la ecuación general de grado mayor o igual que 5 pero, por ejemplo, la ecuación $x^6 + x^4 + 1 =$

0 no tiene soluciones reales ya que es una suma dos números no negativos y uno positivo, o también la ecuación $x^5 - 2x^4 + x - 2 = 0$ tiene al menos una solución real ya que todo polinomio de grado impar con coeficientes reales tiene soluciones reales. De esta forma, resulta cuestionable que un tratamiento de la resolución de ecuaciones que se reduzca a la rutina del despeje de la incógnita, relegando a las nociones de solución y de conjunto solución y desaprovechando un terreno fértil para el trabajo con el cálculo aproximado.

La enseñanza de los procedimientos de despeje de la incógnita varía entre alguno de los siguientes dos enfoques. Uno de ellos es el que se apoya en propiedades que se expresan en operaciones realizadas miembro a miembro en las igualdades que permiten obtener ecuaciones equivalentes, es decir, con el mismo conjunto solución. El otro es el que puede llamarse *resolución por pasajes* y que está formado por una serie de técnicas que pueden enunciarse informalmente como *lo que está sumando pasa restando, lo que está multiplicando pasa dividiendo, etc.*. Se asume que este enfoque, con las reglas de pasaje indicadas, es el que la mayoría de los estudiantes conocen y les resulta familiar al acceder al nivel superior.

Sin embargo, las técnicas de los pasajes presentan limitaciones que deben ponerse en juego en las actividades propuestas. Por ejemplo, la regla *lo que está dividiendo pasa multiplicando* se muestra insuficiente para resolver ecuaciones como $\frac{2x+2}{x+1} = 2$, ya que su aplicación produce un conjunto de soluciones que incluye a un valor que no verifica la ecuación.

El problema principal de la enseñanza de la resolución de ecuaciones mediante las reglas de despeje es que suelen ser presentadas como transparentes, incuestionables y justificadas por sí mismas. Considerando que estas reglas, con sus inconsistencias, son las que los estudiantes conocen al ingresar al grado, las actividades que se proponen a los ingresantes deberían poner en juego sus limitaciones con el fin de reformularlas.

Algunas de estas limitaciones pueden ser superadas mediante transformaciones algebraicas en la ecuación previas al despeje. Por ejemplo, en una ecuación completa de segundo grado, supuesto no conocida la fórmula resolvente, las reglas de pasajes no son inicialmente eficaces, pero sí pueden aplicarse luego del completamiento de cuadrados, poniendo en juego un concepto importante en el Álgebra como el de expresiones equivalentes. Otras limitaciones no pueden ser superadas como, por ejemplo, en una ecuación completa de grado tres, supuesto no conocida la fórmula resolvente. Ante esta situación, si el polinomio pudiera escribirse como un producto entre un polinomio de grado uno y otro de grado dos, la ecuación sería resoluble apoyándose en la propiedad que dice que si el producto de dos números es nulo entonces alguno de los dos números es cero.

Muchas de las propiedades del ámbito del Álgebra permiten la transformación de una expresión en otra equivalente. Esta acción posibilita que otra acción requerida cambie de compleja a simple o aun de imposible a posible. La ecuación $x^3 - x = 0$ puede resolverse por distintos caminos: entre ellos, transformando la expresión del primer miembro de la igualdad en una equivalente mediante la extracción de factor común; otra forma puede ser mediante situaciones generales de factorización (usando una raíz fácilmente detectable, como el cero), pero de todos modos, la extracción de factor común resulta más económica; por último, las reglas de despejes también son posibles aquí y resultan ideales para poner en evidencia una de sus limitaciones: la pérdida de soluciones producida por pasar dividiendo al literal sin realizar las consideraciones necesarias sobre el campo de validez del pasaje.

En Bosch, Fonseca y Gascón (2004) y en Fonseca, Bosch y Gascón (2010) se describen una serie de elementos relativos a la actividad matemática en relación con las organizaciones matemáticas de la escolaridad media en España y que son tomadas como indicadores para analizar lo que estos autores denominan incompletitud y rigidez de las mismas. Se toma aquí una de ellas: la existencia de tareas y técnicas inversas. Los autores señalan que cuando existan técnicas para resolver un tipo de tareas y su tarea inversa, es necesario que no se traten como independientes entre sí. En particular, en lo que atañe a la resolución de ecuaciones, deben proponerse actividades en las que deban plantearse ecuaciones a partir de conocer sus soluciones.

Expresiones algebraicas equivalentes: factorización de polinomios

Como se vio, el uso de expresiones equivalentes es importante para la resolución de ecuaciones y, por lo tanto, es una forma de dar sentido al estudio de los polinomios o de las expresiones algebraicas en general.

La factorización de una expresión algebraica es una forma de obtener una expresión equivalente a una dada y presenta dos usos posibles: puede ser un recurso para hallar las raíces de un polinomio o puede ser objeto de estudio en sí mismo (en vínculo con el Teorema fundamental del Álgebra y, quizás, también ligado a la resolución de ecuaciones o búsqueda de raíces). Es conveniente aclarar que la complejidad de los aspectos teóricos sobre factorización de polinomios supera los alcances de la Matemática que se enseña en los cursos de ingreso y que está reservada a cursos superiores de Álgebra. Vale mencionar que aquí se usa el término factorizar en un sentido riguroso, es decir, como sinónimo de obtener una expresión equivalente que sea el producto de polinomios irreducibles en un cierto cuerpo (el de los reales, en este caso). Luego, el enfoque debería dirigirse a aportar en la resolución de una cuestión matemática: encontrar las raíces de un polinomio, en un marco netamente algebraico (estudio de los polinomios) o también funcional (estudio de las funciones polinómicas). En este caso, la noción de factorización quedaría imprecisa ya que un polinomio puede no tener raíces reales pero sí tener una descomposición en producto de polinomios irreducibles, por lo que debería sustituirse por la de transformar en producto. Las técnicas usadas para transformar en producto incluyen una herramienta más general tal como la aplicación de la propiedad que resulta del algoritmo de división (división involucrando una raíz conocida) aunque también puede incluir a los casos clásicos de factoreo (factor común, factor común en grupos, trinomio cuadrado perfecto, cuadrinomio cubo perfecto, diferencia de cuadrados, divisibilidad de la suma o diferencia de dos potencias de igual grado por la suma o diferencia de sus bases, factoreo del trinomio de segundo grado). Las actividades bajo esta óptica deben estar diseñadas ad-hoc, aunque esto se debe a la complejidad del contenido y no a limitaciones del enfoque.

Sin embargo, se observan otras elecciones didácticas que sobredimensionan a la factorización y, con frecuencia, la distorsionan. Una de ellas es aquella en que la actividad de transformación de la expresión original se reduce al cambio de formato, esto es, al propósito único de exhibir destreza operacional. La consigna usual de las actividades es *factorizar*. En ocasiones, el énfasis en las técnicas pone a cada uno de los casos clásicos de factoreo en el centro de la cuestión, desdibujando a la ya limitada idea de factorización. Esto se da cuando las consignas indican el caso de factoreo que debe aplicarse. Por ejemplo, *extraer factor común*, *factorear las diferencias de cuadrados*, etc. Queda expresada en esta versión, una evidente rigidez de la actividad matemática propuesta. Bajo esta idea, la ejercitación es diseñada necesariamente ad-hoc, ahora como producto de la limitación de la perspectiva, siendo usualmente alta la cantidad de expresiones algebraicas con más de una indeterminada que se proponen ya que con éstas se facilita la identificación del formato. Además, se opera bajo la idea implícita de que la transformación en producto siempre se realiza de una única manera (por ejemplo, el único factor común posible de extraer en $2x + 2$ es 2, $x^2 – 0,5$ no es una diferencia de cuadrados), la exigencia de que se debe factorizar hasta que ya no se pueda aplicar al polinomio ninguno de los casos clásicos de factoreo.

Las expresiones algebraicas son objetos matemáticos con los cuales es posible operar. Esta actividad suele ser privilegiada en las propuestas de enseñanza, pero se observan limitaciones que corresponde destacar. Una tarea usual es aquella en la que se busca el resultado de la operación descuidando la consideración sobre los valores de la indeterminada para los cuales está definida dicha operación. Un ejemplo es: *resolver* $x^2 : x$ a la espera del resultado x sin interés por el hecho que la operación está definida para todos los valores de la indeterminada que no hagan cero al divisor, es decir para $x \neq 0$.

Dificultades reconocidas en el aprendizaje del Álgebra Básica

Las investigaciones acerca de lo que los estudiantes avanzados del nivel medio o ingresantes al nivel superior en la Argentina saben y de lo que los estudiantes no saben de Matemática, son numerosas. Entre ellas, se destacan algunas que presentan aristas de interés para este trabajo.

Del Puerto, Minnaard y Seminara (2006) consideran que los errores algebraicos obstaculizan la articulación exitosa entre el nivel medio y los niveles terciario y universitario. Por este motivo estudian qué errores de esta índole cometen los estudiantes en el nivel medio y en el comienzo de los estudios superiores. La prueba que tomaron a estudiantes de carreras de Matemática y Sistemas de una universidad privada de la ciudad de Buenos Aires y también a estudiantes de nivel medio y de carreras terciarias, apuntó a detectar errores en las siguientes categorías: aprendizaje deficiente de hechos, destrezas y conceptos previos, dificultades en el lenguaje, aplicación de reglas y estrategias irrelevantes, dificultades para obtener información de tipo espacial y asociaciones incorrectas o rigidez de pensamiento. En los estudiantes universitarios, los rubros considerados quedaron ordenados así, en orden decreciente de frecuencia de errores: 1) aprendizaje deficiente de hechos, destrezas y conceptos previos; 2) aplicación de reglas y estrategias irrelevantes, 3) asociaciones incorrectas o rigidez de pensamiento, 4) dificultades en el lenguaje, 5) dificultades para obtener información de tipo espacial. Las diferencias más notables se observan en el primero de los puntos, con una amplia distancia entre el nivel universitario y los otros dos (más errores en los universitarios), explicado por la mayor variedad de conceptos puestos en juego por estos estudiantes, y en la información de tipo espacial (menos errores en los universitarios).

Un trabajo realizado con ingresantes a la Facultad de Ciencias Exactas, Naturales y Agrimensura de la Universidad Nacional del Nordeste, estudió errores numéricos y algebraicos de estos estudiantes. La actividad requerida consistió en decidir acerca de la veracidad de una serie de afirmaciones relativas a lo numérico y a lo algebraico y proponer una afirmación alternativa correcta para los casos en que la dada sea considerada falsa. Todas las afirmaciones fueron expresadas como igualdades entre números o expresiones algebraicas; en el caso de estas últimas se omitieron los cuantificadores, considerando como supuesto que debían ser analizadas para todos los valores para los cuales las expresiones involucradas tienen sentido. Se observó manejo erróneo de fórmulas o reglas, por ejemplo, el cuadrado de un binomio, propiedades de los logaritmos y factor común (Mata, Porcel, y Romero Zalazar, 2005) y errores producidos por deformación de una propiedad, regla, o algoritmo, como así también errores técnicos (considerando como tales a errores de cálculo, errores en la manipulación de símbolos algebraicos y otros derivados de la ejecución de algoritmos). (Mata, Porcel, y Romero Zalazar, 2005). Se señaló también que los algoritmos son mejor recordados que las reglas o propiedades y esto podría deberse a su característica de procedimiento rutinario (Mata, Porcel, y Romero Zalazar, 2005).

En otro trabajo de la misma facultad anterior, se estudiaron los errores de los ingresantes en la resolución de ecuaciones de primer grado con una incógnita. Los errores más frecuentes observados fueron catalogados como: pasajes de términos incorrecto de un miembro a otro de una igualdad, suma de términos no homogéneos, pasaje de un factor de un miembro a otro, omitir igualar a cero una igualdad, errores de cálculo, expresar la suma de términos lineales como cuadrático. Se estudió aquí si estos errores estaban asociados al tipo de carrera que siguen los estudiantes, encontrándose variedad: algunos de ellos sí lo estaban, mientras que otros no (Porcel, Sosa y Cáceres, 2004)

Abrate, Pochulu y Vargas (2006) describen y analizan los errores de los estudiantes del último año del nivel medio. En un trabajo realizado con estudiantes de la ciudad cordobesa de Villa María, incluyen también la perspectiva de los profesores de nivel medio respecto de los errores frecuentes en que incurren sus estudiantes. En los casos que refieren a la Escuela Secundaria Básica (estudiantes de 12 a 14 años), los docentes destacan distinto tipo de errores, mayoritariamente relativos a la operatoria numérica, a los pasajes de términos y factores en la resolución de ecuaciones. Los tipos de errores frecuentes en estudiantes del Polimodal (estudiantes de 15 a 17 años) que mencionan los profesores tienen el peso en lo relativo a la operatoria numérica y algebraica, incluyendo también algunos que son del ámbito de la modelización y de las traducciones de lenguaje. Los profesores señalan como causas de estos errores la falta de costumbre en la lectura de consignas, re-lectura de los problemas, reflexionar sobre lo realizado, buscar datos relevantes, preguntas o estrategias de resolución, entre otras. Además, destacan que los estudiantes quieren obtener una respuesta instantánea a los problemas que se les proponen y, en caso de no lograrlo, recurren inmediatamente al docente o a un compañero que lo sepa hacer. Por su parte, los autores del trabajo proponen explicaciones de estos errores:

> (…) el uso exacerbado de técnicas algorítmicas o rutinas sin fundamentos teóricos, el uso de reglas poco trascendentes como requisitos indispensables en la ejecución de cálculos aritméticos o resolución de ecuaciones, desarrollos muy apegados a lo algebraico y escasamente relacionados con la resolución de problemas, abordaje de contenidos completamente descontextualizados y poco articulados con los restantes, escasa importancia otorgada al desarrollo de competencias relacionadas con la lectura

crítica de datos y análisis de gráficas, abuso de prototipos visuales que inhiben la formación de imágenes conceptuales y tratamiento de problemas demasiado centrados en lo numérico. (Abrate, Pochulu y Vargas, 2006)

Panizza, Sadovsky y Sessa (1996) mencionan algunas dificultades que están inmersas en lo que en Educación Matemática se llama *el pasaje de la Aritmética al Álgebra*. Una concepción que observan arraigada en los estudiantes de nivel medio es la del *ejemplo general*. Esto puede verse cuando para justificar que la validez de la conmutatividad de la suma dicen que $2 + 3 = 3 + 2$. En una investigación con estudiantes de varios años del nivel medio, encontraron que para la mitad de los encuestados no había diferencias entre afirmar que $2 + 3 = 3 + 2$ y que $a + b = b + a$. Se entiende aquí que es posible que esta idea esté propiciada por el confuso lugar que suele darse a lo relativo a la validación en el nivel medio (ciertas propiedades se demuestran, ciertas propiedades se infieren a partir de ejemplos o se imponen pero no se destaca la omisión de la demostración por razones matemáticas, didácticas o restricciones temporales). En la misma investigación, gran parte de los estudiantes identifica a la ecuación con su proceso de resolución. Esto puede entenderse como una manifestación de la fuerte arista procesual en los conocimientos de los estudiantes (Sfard, 1991). Asimismo, los estudiantes no pudieron dar una solución de la ecuación $2x + 3y = 7$ y propusieron resoluciones tales como la solución del sistema de ecuaciones formado por la ecuación dada y otra inventada.

Para ampliar el conocimiento de las dificultades de los ingresantes, pueden incluirse los resultados de los operativos nacionales de evaluación realizados en el país. El Operativo Nacional de Evaluación 2000 (s.f.) se analizaron los logros en cuanto a contenidos y a capacidades. Sobre lo algebraico, se observa que en el tema Ecuaciones e Inecuaciones, los estudiantes habrían tenido dificultades en obtener una expresión algebraica equivalente distinta de la que surge naturalmente de un enunciado (por ejemplo, reconocer a $n^2 + n$, con n

entero, como una expresión simbólica correspondiente al enunciado *el producto entre dos números enteros consecutivos*), dificultades para traducir del lenguaje natural al simbólico (el término *supera* fue asociado con una suma y no con una inecuación, imposibilidad de traducir la expresión *una unidad menos que el doble del anterior*), dificultad para considerar conjuntamente dos condiciones para un número (ser un número natural y ser el consecutivo de un número).

Los trabajos seleccionados permiten apreciar la variedad en el tipo de dificultades de los estudiantes en el aprendizaje del Álgebra Básica, siendo preponderantes los relativos a los errores de destreza operacional. Esta consideración resulta alineada con los errores que observan los docentes.

FUNCIONES Y FUNCIONES ELEMENTALES

Diversos fenómenos de nuestro entorno expresan una relación de dependencia entre variables cuyo estudio resulta de interés. Por ejemplo, conocer la posición en la que se encuentra un auto en ciertos momentos puede permitir estimar su posición en otros momentos; conocer la relación entre el valor de la moneda de dos países puede servir para explicar algunos aspectos del comportamiento de la balanza comercial de ambos; saber cómo es el crecimiento de una colonia de micro-organismos a lo largo del tiempo variando ciertas condiciones (recipiente, temperatura, etc.) puede permitir controlar dicho crecimiento si se pretende que esa población se reproduzca más o menos; estudiar la variación del perímetro o del área de ciertas figuras planas en relación con la longitud de alguno de sus lados permite saber cuándo dichas magnitudes optimizan sus valores, etc.

Las funciones posibilitan el abordaje de muchos estos fenómenos en los que se da que ciertas variables expresan algún tipo de relación entre ellas plausible de ser analizadas mediante esta noción. Tall (1996) señala que un propósito de las funciones es representar cómo cambian las cosas. Kieran (1995) considera que describir el mundo es describir el cambio y las funciones son un tipo especial de dependencia entre algo que varía libremente y algo que varía bajo ciertas restricciones.

Lo expuesto revela la importancia de las funciones como parte del estudio de la Matemática. Por esto, “desarrollar en los estudiantes una sensibilidad para las funciones debe ser uno de los objetivos primordiales del currículum” (Eisenberg, 1992, p.161).

Algunas relaciones funcionales tienen la propiedad de mantener constante el cociente de incrementos entre sus variables. Esta relación de proporcionalidad se expresa gráficamente en puntos alineados. Por esto, interesa el estudio de las funciones que tienen esta característica y que usualmente se las llama *lineales* pese a que no verifiquen las llamadas propiedades de linealidad. En otros términos, estas funciones se distinguen por tener derivada constante, aunque esta temática es muy poco frecuente en la Matemática del Ciclo de Inicio a los Estudios Universitarios.

Las relaciones funcionales que tienen derivada segunda constante son las llamadas *funciones cuadráticas*, cuyo gráfico es una parábola. En el nivel del Precálculo, de las parábolas interesa su simetría respecto de una recta vertical y el singular comportamiento respecto de la forma en que crecen o decrecen en las cercanías y en las lejanías del vértice.

El tipo de funciones mencionado, las lineales y las cuadráticas, forman parte de las llamadas *funciones elementales*. Este conjunto está compuesto también por las *funciones polinómicas* (de las cuales las lineales y las cuadráticas son casos particulares) cuyo interés está vinculado al tipo de gráfico que poseen y al problema de la resolución de ecuaciones polinómicas de grado superior; las *funciones homográficas,* que atienden al comportamiento asintótico; las de *proporcionalidad inversa*, caso particular de las anteriores, en las que el producto de ambas variables se mantiene constante; las *funciones exponenciales*, que explican un cierto tipo de crecimiento (duplicarse, triplicarse, etc. por cada unidad de la variable independiente) y sus inversas, las *logarítmicas*; y las *funciones trigonométricas*, casos particulares de *funciones periódicas*. También podrían considerarse entre ellas, según los alcances que quiera dárseles, a las *funciones racionales* y a otras como la *función módulo*, la *función parte entera*, etc. Las características distintivas y las propiedades que gozan las funciones elementales no deberían ser eludidas por la enseñanza ya que son las que dan sentido a su consideración como objeto de estudio.

La mirada sobre la enseñanza de las funciones elementales se limita aquí a las funciones lineales y cuadráticas. Entre las actividades más usuales que se observaron en los materiales de los cursos de Matemática que aquí se estudian, están las que giran en torno del estudio de los formatos algebraicos y se orienta al reconocimiento y a la búsqueda de los elementos principales de los distintos tipos de funciones (pendiente y ordenada al origen en las lineales; concavidad, vértice, raíces, eje de simetría, intervalos de crecimiento y de decrecimiento en las cuadráticas; raíces). Puede interpretarse que la intencionalidad es obtener datos suficientes para trazar buena representación de la curva correspondiente. Se sigue así un proceso similar al que se sigue en las asignaturas de Análisis Matemático con funciones de una variable, con lo que se llama usualmente *Estudio de Funciones*. En este caso, las funciones que son objeto de estudio presentan pocos datos anticipables y es mediante el recurso de las derivadas y el cálculo de límites que pueden conocerse sus particularidades. Esto no sucede con las funciones elementales que sí disponen de elementos anticipables, por ejemplo, el tipo de gráfico y el crecmiento en las lineales, cuadráticas y homográficas o el tipo de concavidad, el vértice, el eje de simetría y las raíces en las cuadráticas según venga dada en uno de sus formatos u otro. Puede decirse entonces que este tipo de práctica con las funciones elementales resulta alineada con un tipo de tareas que será común en estudios posteriores pero que relega a un segundo plano al trabajo sobre las propiedades constitutivas de estas funciones.

Resulta interesante observar que la consideración de las funciones elementales como parte de las temáticas en el comienzo de los estudios superiores parece algo de alcances en parte, local y relativamente nuevo. En los exámenes de conocimientos matemáticos internacionales correspondientes a fines de la escolaridad media o inicio de la superior[9] no se observa casi presencia de las funciones elementales como temática sino que las lineales y las cuadráticas aparecen con un enfoque más cercano a la Geometría Analítica. Además, si se analiza la bibliografía clásica del nivel medio dominante hasta el comienzo de los años ochenta, las funciones elementales no tienen casi presencia como tales. Los libros clásicos de Matemática utilizados en esa época en el primer año de estudios superiores tampoco dan tratamiento específico a ellas. Más aún, se ha tenido acceso a las prácticas utilizadas en el primer año de las carreras de la Facultad de Ciencias Exactas y Naturales de la Universidad de Buenos Aires de comienzos de los ochentas y el estudio de las funciones elementales no está presente. Esto no significa que las temáticas vinculadas no se tratasen, sino que su enfoque no era funcional sino de la Geometría Analítica.

La propuesta de Matemática del Ciclo Básico Común de la Universidad de Buenos Aires desde mediados de los años ochenta es pionera en otorgar un importante peso a lo que suele llamarse Precálculo[10], en particular, al estudio de las funciones elementales, volviéndose unos años después de su origen en uno de los ejes centrales de muchos de los cursos de ingreso. Podría aventurarse que la fuerte influencia de la Universidad de Buenos Aires en el ámbito educativo nacional haya propiciado el tratamiento de estos temas en la escuela media, en los cursos de ingreso a las universidades y en la bibliografía para ambos niveles. Sin embargo, es interesante destacar que el enfoque dado al estudio de las funciones elementales en este curso no pone énfasis en sus características distintivas sino en el estudio de los formatos algebraicos, como se fundamentará más adelante en esta investigación.

El tratamiento de las funciones en la enseñanza y las dificultades en el aprendizaje han sido estudiados por varios autores; entre ellos, Hitt es uno de los que más ha trabajado en el tema. En particular, señala que “la aprehensión del concepto de función no parece una tarea fácil; la gran cantidad de investigaciones realizadas con estudiantes para detectar obstáculos en el aprendizaje del concepto confirman la dificultad de aprehensión del concepto" (Hitt, 1996, p. 246). De sus diversos trabajos pueden destacarse las siguientes cuestiones:

- el predominio en el trabajo con las expresiones analíticas de las funciones

Restringir el trabajo con las funciones a la manipulación de sus expresiones analítica es uno de los principales motivos que provocan una comprensión limitada de la noción, tanto en estudiantes como aún en profesores (Hitt, 2005)

- el paso de una representación gráfica a una representación algebraica

Según el autor, las propuestas de enseñanza privilegian la tarea inversa, “dejando solo al estudiante para que establezca una conexión de las representaciones gráficas hacia las representaciones algebraicas” (Hitt, 2001, p.169)

- obstáculos epistemológicos en torno de la definición de función

En un análisis de la evolución histórica de la noción de función, Hitt (2001) encontró que en el surgimiento de la noción está presente la tríada función – fórmula – continuidad. Esta identificación es observada por el autor no sólo en dificultades de los estudiantes que, por ejemplo, no reconocen como funciones a las de dominio discreto, consideran que una circunferencia es la gráfica de una función por que tiene una ecuación que permite expresarla, etc., sino también en profesores de Matemática.

- conflictos originados en el fuerte peso que se da a las actividades que accionan sobre el proceso: fórmula → tabla → gráfico

Según Hitt (2005) se originan así dos conflictos: uno, la falta de visión global del comportamiento de las funciones, que puede ser observable al exigir la obtención de una expresión algebraica correspondiente a una gráfica dada; el otro, el ya mencionado de la concepción de la función como función continua.

En lo anterior se pone de manifiesto la particular importancia que adquieren los registros de representación en el tema Funciones. Gatica, Cosci, May, Baracco, Muratona, Zambrano y Quiroga (2006) detallan los distintos registros en los que pueden presentarse a las funciones: simbólico (al dar una definición de función mediante el uso de expresiones simbólicas sustentadas en la Lógica formal), analítico (al darlas mediante expresiones algebraicas o fórmulas), verbal (al describir coloquialmente situaciones reales modelizables por funciones), tabular (al dar valores numéricos), conjuntista (al expresarla mediante pares ordenados), figural (al expresarlas mediante diagramas sagitales) y gráfico (al utilizar la representación gráfica en el plano cartesiano). Vale mencionar que esta nomenclatura de registros no se corresponde directamente con el que más adelante se utilizará para este trabajo y esto se debe a que no hay uniformidad en la bibliografía acerca de este asunto. Entre los resultados del estudio que estos autores realizan está el mejor dominio por parte de los estudiantes del registro gráfico y la falta de articulación correcta entre distintos registros. La necesidad de un trabajo sostenido por parte de la enseñanza sobre los distintos registros de representación en los que pueden presentarse a las funciones y sus articulaciones, fue ya contemplado por Vinner (1983).

LA ACTIVIDAD MATEMÁTICA

Uno de los propósitos centrales de esta investigación es conocer, a través de ciertos aspectos de las propuestas de enseñanza, qué tipo de actividad matemática deben ser capaces de desplegar los ingresantes al nivel superior.

Si se llama actividad matemática a la que se realiza al hacer Matemática, caben las siguientes preguntas: ¿cuándo se dice que alguien está haciendo Matemática? ¿en qué consiste la actividad matemática?, ¿quiénes la realizan?, ¿qué especificidades o particularidades tiene?

Desde un punto de vista epistemológico, explicar la actividad matemática es explicar el proceso de creación del conocimiento matemático y su evolución hacia el saber científico actual. En cuanto a lo didáctico, explicar la actividad matemática favorece la creación de dispositivos de enseñanza que posibilite a los estudiantes desarrollar un tipo de actividad cercana al quehacer matemático.

A modo de introducción al tema, puede decirse que el hacer Matemática está asociado a *resolver problemas matemáticos*, entendidos éstos como situaciones en donde la Matemática está implicada, en donde hay algo por resolver o bien relaciones por desentrañar entre objetos que se puedan representar matemáticamente y el camino a seguir para hacerlo no es evidente. En el proceso de resolución de esos problemas quien hace Matemática desarrolla inicialmente en su actividad una *fase exploratoria* y que al proponer respuestas a ese problema, *formula conjeturas* que posteriormente debe *validar* y, eventualmente, reformular.

¿De qué tratan los problemas matemáticos? Con frecuencia, un problema matemático pretende la *búsqueda de patrones*, de regularidades. Siendo estos problemas del entorno de la Matemática o de fuera de ella, el uso de Matemática para resolverlo supone el planteo de un modelo, esto es, de la *modelización matemática*. En el trabajo dentro del modelo se requiere del desarrollo de *técnicas* que permitan realizar las tareas. Además, la Matemática recurre al lenguaje simbólico. Con esto se pone de manifiesto que el que hace Matemática debe hacer *uso y conversión de registros de representación*.

En la determinación del modelo matemático con el que se resuelve un problema, es muy posible que se creen nuevos objetos matemáticos, que el que hace Matemática deberá *caracterizar* y *definir*.

¿Qué es la actividad matemática?

Son varios los autores y trabajos del campo de la Educación Matemática en los que se aborda el asunto de la actividad matemática. Entre ellos, Gil Pérez y De Guzmán (1993) destacan el carácter cuasi-empírico de la actividad matemática y lo relativo a la historicidad e inmersión de la Matemática en la cultura de la sociedad que se origina, llegando a considerarla como un subsistema cultural de aquélla. Otro autor, Godino (2002), elabora una ontología para describir la actividad matemática y los procesos de comunicación de sus producciones a partir de los sistemas de prácticas y de categorías o entidades matemáticas (situaciones, acciones, lenguaje, conceptos-reglas, propiedades y argumentaciones) de acuerdo con el papel que éstas desempeñan en el trabajo matemático. Los desarrollos de Godino son elaborados a partir de los aportes de la Teoría Antropológica de lo Didáctico (en adelante, TAD), cuyo principal referente es Chevallard. La perspectiva introducida por la TAD toma la actividad matemática como centro del desarrollo teórico, introduciendo nociones conceptuales nuevas que resultan pertinentes para los intereses de este trabajo.

La Teoría Antropológica de lo Didáctico, una teoría que explica la actividad matemática

La TAD sitúa a la actividad matemática entre las actividades humanas que se dan según reglas, técnicas y especificidades de las instituciones. Cabe señalar que lo institucional en la TAD excede a las instituciones escolares y “abarca a todas las instituciones en las que tiene lugar algún tipo de manipulación de los conocimientos matemáticos” (Gascón, 1998, p.11). Por ejemplo, está el plano institucional de las políticas educativas y el currículum, el de la gestión de los docentes, el de la escuela, el de los no matemáticos que utilizan a la Matemática (ingenieros, economistas, etc.). Al aparecer lo institucional, este marco permite explicar la relación entre actividades y saberes que se dan en esos ámbitos. Así, por ejemplo, el saber o contenido matemático que integra el currículum escolar se corresponde con algún saber que ya existe en el seno de la institución Matemática, la de los matemáticos científicos, aunque no sea con el mismo formato.

Situados en la Matemática como institución científica, la creación de nuevos conocimientos surge como respuesta a algún cuestionamiento; por ejemplo, la perspectiva surge como respuesta a la representación plana del espacio, la geometría proyectiva surge como respuesta a la necesidad de sistematizar las propiedades resultantes al aplicar una sucesión transformaciones perspectivas a los objetos geométricos, las ecuaciones diferenciales en respuesta a la cuestión de estudiar procesos variacionales y propiedades de las funciones que describen dichos procesos y así siguiendo. Para llegar al nivel de la escuela, estos conocimientos sufren una serie de transformaciones para convertirse en un objeto de enseñanza. A modo muy simplificado, este proceso de transformación que media entre los contenidos o saberes de las instituciones es la transposición didáctica.

La TAD propone un modelo para describir la actividad matemática en términos de organizaciones matemáticas. Estas organizaciones son conjuntos estructurados de objetos matemáticos que surgen para responder a ciertas cuestiones planteadas en una institución y tienen una componente asociada al saber hacer, formada por tipos de problemas y un conjunto de técnicas que permiten resolver esos problemas y otra ligada al saber, con las tecnologías o discursos que describen y explican las técnicas y las teorías que fundamentan los discursos tecnológicos.

Los tipos de problemas no son los que tienen enunciado común sino que son aquellos que tienen una técnica no algorítmica capaz de abordarlos y generar nuevos problemas del mismo tipo. La tecnología justifica la técnica pero además aporta elementos para mejorar la técnica, ampliando su alcance y generando nuevas técnicas. La teoría es un discurso matemático suficientemente amplio que justifica la tecnología de esa técnica y de otras y está a una mayor distancia de la práctica.

En este modelo, *hacer Matemática* es crear, activar o recrear una organización matemática, lo que significa resolver ciertos tipos de problemas con ciertas técnicas, de manera razonada y justificada. Los discursos tecnológicos y teóricos deben incorporar respuestas a la razón de ser de la actividad matemática y de la organización que produce. Por su parte, *enseñar y aprender Matemática*·es la tarea de reconstruir organizaciones matemáticas para utilizarlas en nuevas situaciones y bajo otras condiciones. La tarea de la enseñanza es dirigir esa reconstrucción generando las mejores condiciones que la permitan, siendo el aprendizaje el producto de esa reconstrucción. Los objetivos de la enseñanza y del aprendizaje pueden formularse en términos de las componentes de las organizaciones matemáticas que se quiere reconstruir, esto es, cuáles son los problemas que se quieren resolver, con qué técnicas y sobre la base de qué elementos justificativos.

Entonces, se puede decir que la actividad matemática es un tipo de actividad humana con una organización y una función específicas. La especificidad la da la situación que sirve de contexto a dicha actividad. Según Chevallard (1997) hay tres tipos de actividad matemática:

- el primer tipo consiste en resolver problemas utilizando herramientas que uno ya conoce y sabe cómo utilizar.

- el segundo tipo, consiste en enseñar o aprender matemáticas para encontrar la solución a un problema o conocer objetos creados en el seno de la Matemática, para lo cual no se tienen herramientas necesarias o no se sabe cómo abordarlo.

- el tercer tipo, pretende crear entidades nuevas y este tipo de actividad se reserva a los investigadores en Matemática.

A partir de esta descripción, puede decirse que no sólo son los problemas los que sirven de contexto a la actividad matemática sino también otras situaciones como las de estudio, producción o recreación de las entidades matemáticas.

Incluso en la actividad matemática de los dos primeros tipos, la creatividad ocupa un lugar importante: el que utiliza entidades ya conocidas para resolver un problema de aplicación, debe adecuar las herramientas conocidas al problema, el que enseña tiene que reformular y adecuar la presentación de los conocimientos y el que aprende está en un proceso de creación de conocimientos que no son nuevos para la sociedad pero son nuevos para él.

Manifestaciones de la actividad matemática

La TAD da un marco general para pensar la actividad matemática. En este trabajo, interesa analizar la actividad matemática que realiza un estudiante que ingresa a la universidad a través de las actividades que se le proponen para el aprendizaje. Con esta intención, puede entenderse a la actividad matemática según su vínculo con el contenido. Así, se tiene actividad matemática de carácter general, global y transversal a los contenidos, esto es, actividad que no está asociada a algún contenido particular sino que es aplicable a una variedad de contenidos; por ejemplo, resolver problemas, modelizar una situación, buscar regularidades, etc. Pero también puede considerarse actividad matemática específica de los contenidos, esto es, actividad que se aplica sobre algún contenido particular. Por ejemplo, resolver ecuaciones, factorizar polinomios, encontrar un número racional entre dos racionales dados, etc.

Lo que comporta este último tipo de actividad matemática, la específica de los contenidos, en lo que refiere a las temáticas de interés de esta investigación (lo numérico, lo algebraico y las funciones), está desarrollado en los apartados anteriores.

Por su parte, la actividad matemática transversal se encuentra en un plano de mayor generalidad que la específica y, en varios casos, está asociada a formas que son constitutivas del quehacer matemático. Un conjunto de manifestaciones o formas de expresión de la actividad matemática transversal que se entienden aquí que pueden cubrir de un modo aproximado pero satisfactorio, una caracterización del quehacer matemático son las siguientes: resolver problemas, buscar patrones de regularidad, modelizar una situación, explorar una situación, formular conjeturas, caracterizar y definir objetos matemáticos, utilizar distintos registros de representación y realizar conversiones de uno a otro, utilizar técnicas para resolver las distintas tareas matemáticas y validar el conocimiento producido. A continuación se desarrollan en detalle a cada una de ellas.

La resolución de problemas

La noción de problema es una de las más polisémicas en el ámbito de la Educación Matemática. George Polya es uno de los principales referentes cuando se habla de resolución de problemas. Según su concepción, en la resolución de un problema se encuentra un camino en donde no lo había antes, se sortea un obstáculo, siempre de forma no inmediata (Polya, 1965). Nápoles Valdés y Cruz Ramírez (2000) realizan un relevamiento amplio acerca de lo que la literatura de la Educación Matemática entiende por problema. En principio, distinguen a los problemas de los ejercicios, para los que también hacen un recorrido por las distintas acepciones usuales. Se toma aquí la noción de *ejercicios construidos*, de Jungk (1986, citado en Nápoles Valdés y Cruz Ramírez, 2000), que son aquellos que se conciben con fines didácticos para ejercitar, profundizar, aplicar, asegurar las condiciones previas, etc.

Volviendo a la noción de problema, las caracterizaciones que se encuentran en la frondosa bibliografía sobre el tema acerca de qué es un problema van desde las que son muy generales como “cualquier cosa que requiera ser hecha o requiera el hacer algo” (Webster, 1979, citado en Falsetti y Rodríguez, 2005, p.17) hasta las que incluyen variables como el hecho de no ser rutinarios, el interés de quien resuelve, su relatividad respecto de quien resuelve (un problema puede serlo para una persona y no para otra), etc. (Nápoles Valdés y Cruz Ramírez, 2000).

Al resolver un problema, un sujeto en situación de aprendizaje apela a diversas reglas, sugerencias y modos de proceder que le resultan útiles, aunque no le garanticen el éxito en la resolución: son las estrategias heurísticas (Marino y Rodríguez, 2009). Entre los numerosos autores que han trabajado el tema, Verschaffel (citado por Koichu, Berman y Moore, 2003) las caracteriza como "estrategias sistemáticas de búsqueda para el análisis, la representación y la transformación del problema que ayudan a un individuo a entender mejor un problema o a hacer progreso hacia su solución" (p,1). A modo de ejemplo, pueden mencionarse: trabajar empezando por el final, es decir supuesto conocido el resultado, recurrir a teoría relacionada, razonar por analogía, realizar un dibujo, reinterpretar el problema en un lenguaje diferente, reducir a problemas ya resueltos, reducir a un problema más sencillo, dividir el problema en sub-problemas, introducir un elemento auxiliar, analizar casos sistemáticamente, analizar casos límites o especiales, analizar ejemplos, verificar utilizando distintos registros de representación y verificar usando casos particulares (Marino y Rodríguez, 2009). Una consideración sobre el valor del uso de las heurísticas en la actividad matemática la realiza De Guzmán (1991) cuando dice que en Matemática resulta más importante familiarizarse con métodos de trabajo y de abordaje de diferentes problemas que conocer muchos resultados dispersos.

Para los fines de este trabajo se toma la acepción problema de Colombano, Zuvialde, Marino y Real (2009): "Un problema para un individuo es una situación que requiere solución y, éste, estando motivado (u obligado por las circunstancias académicas, personales o vitales) no posee ni vislumbra el medio o camino que conduzca a la misma, al menos en lo inmediato" (p.3). La relatividad al sujeto, con la que aquí se acuerda, se transforma en una dificultad al momento de decidir si una actividad propuesta es o no un problema mediante la interpretación del enunciado. La elección de esta acepción de problema, se realiza asumiendo la limitación expresada.

A modo de ejemplo, entre los tipos de actividades que contemplan la resolución de problemas que se encontraron en los materiales de los cursos que se estudian en esta investigación, pueden mencionarse: la demostración de la existencia de una raíz en un cierto intervalo de un polinomio dado de grado tres, la búsqueda del rectángulo de área máxima a partir de conocer su perímetro, etc.

La búsqueda de patrones

Desde hace un par de décadas hay cierto consenso en la comunidad matemática en que la Matemática es la ciencia de los *patterns* (patrones)", según señala Paenza (2005):

En líneas muy generales, lo que hace un matemático es examinar *patterns* abstractos. Es decir, buscar peculiaridades, cosas que se repitan, patrones numéricos, de forma, de movimiento, de comportamiento, etcétera. Estos *patterns* pueden ser tanto reales como imaginarios, visuales o mentales, estáticos o dinámicos, cualitativos o cuantitativos, puramente utilitarios o no. Pueden emerger del mundo que nos rodea, de las profundidades del espacio y del tiempo o de los debates internos de la mente (p.189).

A modo de ejemplos de lo que señala Paenza, los patrones numéricos pueden verse en el Triángulo de Tartaglia, que exhibe las regularidades de los coeficientes del desarrollo de las potencias naturales de un binomio; los patrones de forma están en la dependencia de un cuadrilátero convexo en relación con sus diagonales; los patrones de movimiento en la evolución de una población; los patrones de comportamiento en el comportamiento asintótico de las curvas que satisfacen una cierta ecuación diferencial.

En los materiales que se usan en esta investigación, un ejemplo de búsqueda de patrones son los típicos problemas de conteo de colecciones (sucesiones numéricas) en los que se requiere o es conveniente hallar una expresión general que describa a la sucesión dada por alguna situación concreta a partir de secuencias gráficas.

La modelización matemática

Chevallard, Bosch y Gascón (1997) sostienen que "un aspecto esencial de la actividad matemática consiste en construir un modelo (matemático) de la realidad que queremos estudiar, trabajar con dicho modelo e interpretar los resultados obtenidos en este trabajo para contestar a las cuestiones planteadas inicialmente" (p.51). Esta referencia pone de manifiesto la noción de modelización como importante al momento de estudiar la actividad matemática. Modelizar supone reconocer una problemática, elegir una teoría para tratarla y producir conocimiento nuevo sobre ella (Sadovsky, 2005), pero también se basa en simplificar e idealizar, delineando una descripción matemática del objeto que se considera (Tijonov y Kostomárov, 1984). Si bien la modelización matemática ha sido reservada para sistemas no matemáticos, actualmente se la entiende también para la producción de conocimientos matemáticos, esto es una modelización intra-matemática (Sadovsky, 2005).

Un ejemplo de la modelización intra-matemática lo da Gascón (2001), a partir de una situación en la que se ha resuelto incorrectamente el siguiente cálculo:

$\left(\frac{10}{51}+\frac{13}{-64}=\frac{10+13}{51.(-64)}=\frac{23}{-51.64}\right)$. Si bien la técnica aceptada para sumar fracciones de distinto denominador se ha aplicado incorrectamente, el resultado obtenido es correcto. Esto invita a preguntarse por qué y bajo qué condiciones funciona la regla "al sumar dos fracciones, el denominador es el producto de los denominadores y el numerador es la suma de los numeradores". El modelo algebraico en el que se inscribe la situación es el de las ecuaciones diofánticas del tipo $a.d - b.c = a + b$ (siendo a y b los numeradores y b y d los denominadores de las dos fracciones por sumar), en el que variando a los coeficientes de datos a incógnitas pueden precisarse distintos problemas; por ejemplo, dados los numeradores, ¿qué relación deben cumplir los denominadores para que funcione la regla aplicada para sumar las fracciones? Su resolución requiere de un trabajo técnico dentro del modelo, la interpretación de ese trabajo y de sus resultados dentro del modelo y la posibilidad de enunciar nuevos problemas tales como ¿es necesario que las fracciones tengan distinto signo?

En Falsetti y Rodríguez (2005) se propone una interpretación del proceso de modelización matemática aplicado a la educación, considerándolo como un proceso de construcción de conocimiento que permite al estudiante aproximarse a la naturaleza del conocimiento matemático simulando, en pequeña escala, el modo en el que los matemáticos producen conocimiento como resultado de sus intereses en describir fenómenos concretos (problemas aplicados) o fortalecer la teoría matemática (problemas matemáticos puros).

El proceso se resume en las siguientes etapas:

1) Análisis de la situación real (P) y su complejidad.

2) Simplificación de P, elección y control de variables.

3) Enunciado de una situación simplificada que será tratada por medio de la Matemática (PMAV, problema verbal matemático asociado) detalles de supuestos e hipótesis adicionales.

4) Simplificación, hipótesis adicionales, enunciado algebraico o simbólico (PMAS, problema simbólico matemático asociado)

5) Resolución del PMAS. Análisis de los objetos matemáticos introducidos en el contexto de P.

6) Verificación de la adecuación de la solución del PMAS respecto del P. Análisis de factibilidad. Formulación de predicciones que describan la evolución del sistema asociado al problema P.

Vale destacar que las etapas no se recorren necesariamente en un orden lineal.

Sadovsky (2005) entiende que pensar a la actividad matemática como una actividad de modelización tiene una importante ventaja didáctica: permite una visión integradora superadora de aquellas que se centran en algunos aspectos parciales tales como los problemas o las técnicas.

En Bosch, Fonseca y Gascón (2004) y en Fonseca, Bosch y Gascón (2010) se describen una serie de elementos relativos a la actividad matemática en relación con las organizaciones matemáticas de la escolaridad media en España y que son tomadas como indicadores para analizar lo que estos autores denominan incompletitud y rigidez de las mismas. Entre ellos aparece la existencia de tareas matemáticas abiertas. En los trabajos referidos, se menciona que deben resolverse cuestiones abiertas, entendidas como tipos de tareas en las que los datos y las incógnitas no están totalmente prefijados de antemano. En un nivel mayor, el de la modelización matemática, debe elegirse ante una situación, qué datos se deben utilizar y cuáles son las incógnitas pertinentes.

En los materiales de los cursos de ingreso se observa como más frecuente que la modelización de la situación ya está realizada y lo que se propone es trabajar sobre ese modelo propuesto. Entre los pocos casos que escapan a esto, puede mencionarse actividades en las que el modelo proporcional directo está sugerido por los datos pero éste es sometido a discusión y contrastado con otros modelos.

La exploración y la formulación de conjeturas

La forma en la que se presenta y comunica el saber matemático, acorde con el carácter de disciplina formal de la Matemática y las convenciones dadas en el marco de la comunidad científica de referencia, deja afuera a lo relativo a la génesis de las nociones, a su desarrollo histórico, al proceso de búsqueda de soluciones a los problemas planteados que dieron origen a ese saber y, aún, a las creencias afectivas del investigador (las entidades afectivas que intervienen en la actividad matemática según Godino, 2003), que pueden provocar cambios de rumbos o reorientaciones en su trabajo. Este terreno, relativo a la creación del saber y soslayado en la comunicación, tiene otras características: como señalan Carnelli, Falsetti, Formica y Rodríguez (2007), “en él se admite la duda, la búsqueda informal, inductiva, la exploración, las soluciones aproximadas, temporales, etc. Así también, en una mirada temporal, lo axiomático no aparece en un primer momento” (p.27)

Ingresando en estos aspectos, el abordaje de una situación matemática requiere de una fase exploratoria, en la que el que hace Matemática no dispone aún de una formulación precisa del problema o bien, no dispone de las herramientas adecuadas para resolverlo (Chevallard, Bosch y Gascón, 1997). Este momento cristaliza con la formulación de hipótesis y conjeturas que luego deberán ser validadas, para que adquieran estatus de nuevos conocimientos o refutarse y, eventualmente, reformularse. De esta manera, en la fase exploratoria, rigen las leyes del razonamiento plausible y no las del razonamiento deductivo.

Hay un amplio reconocimiento en la Educación Matemática de que esas cuestiones también forman parte del quehacer matemático. Por ejemplo, la Teoría de Situaciones Didácticas de Guy Brousseau, 1987), que puede verse como un modelo de enseñanza de la Matemática, las contempla en las situaciones de acción y de formulación. En la TAD también están consideradas, como se desprende de lo dicho sobre ella más arriba. También pueden verse en Polya (1965), pensando en la resolución de un problema, en partes la etapa 1, *entender el problema*, de la etapa 2, *trazar un plan* y de la etapa 3, *ejecutar el plan*.

En las actividades de los materiales estudiados aquí, la exploración y la formulación de conjeturas aparecen mediante la presencia de algún problema que las favorezca. Eventualmente, podría haber alguna consigna que accione explícitamente sobre ellas.

Caracterización y definición de objetos matemáticos

Uno de los tipos de actividad matemática señalados más arriba, reservada al investigador en Matemática, es la de creación nuevas entidades. En este proceso, un objeto matemático tendrá entidad cuando haya sido caracterizado, lo que significa que el investigador determinó un conjunto de atributos relevantes que lo distingue y, a la vez, lo diferencia de otros objetos matemáticos. La definición de ese nuevo objeto es el conjunto mínimo de atributos que lo determina y que no necesariamente sucede secuencialmente a la caracterización.

Al enseñar y aprender Matemática, otro de los tipos de actividad matemática indicada más arriba, los objetos matemáticos involucrados no son nuevos para la disciplina pero sí lo son para el que aprende, por lo que la enseñanza tiene una tarea de reformulación y adecuación de los conocimientos utilizados de modo que el que aprende pueda realizar caracterizaciones y, eventualmente definiciones, de esos nuevos objetos. Seguramente de esta actividad, de alta complejidad para un estudiante, sea suficiente esperar sólo cierto grado de aproximación a ellas.

La validación

En su paradigma clásico, validar un conocimiento está asociado con la demostración matemática, entendida como una sucesión finita de proposiciones encadenadas por inferencias lógicas. Entre estas proposiciones están los axiomas, enunciados asumidos como verdaderos sin demostración, y los teoremas, enunciados derivados por reglas tautológicas

(Carnelli, Falsetti, Formica y Rodríguez, 2007). Los criterios de elaboración de estas demostraciones no son empíricos sino que dependen de las leyes lógicas asumidas y resultan de las tradiciones y acuerdos en la comunidad científica sobre lo que es correcto y cuáles son los medios que permiten aceptarlo. Por ejemplo, los intuicionistas no asumen el principio del tercero excluido (p es verdadero o –p lo es) ni las definiciones de objetos que no cumplan propiedades efectivamente verificables. Con esto se pone de manifiesto que la validación tiene una faceta social y comunicacional que se expresa al momento de aceptar como válido un conocimiento ya que para ello debe existir una teoría consolidada, comunicada y científicamente aceptada, capaz de explicarlo.

La validación es una de las actividades fundamentales en la construcción del conocimiento matemático y transversal a los contenidos, lo que justifica su atención por parte de la enseñanza. Es posible que durante una situación de aprendizaje un estudiante no esté en condiciones de mostrar que lo que hizo es válido en un sentido estricto, pero sí puede tomar decisiones, seleccionar argumentos y procedimientos que utiliza para elaborar las razones que justifican sus acciones. Esto se relaciona con lo que Balacheff (1987) llama *proceso de validación* y que es todo aquello que se genera y manifiesta dentro de una situación de validación, como la toma de conciencia de las contradicciones, la elaboración de pruebas de distinto tipo, la argumentación y la refutación como parte de la misma, etc. (Barreiro, Carnelli, Falsetti y Leonian, 2012). Forman parte de este proceso la toma de conciencia de las contradicciones, la elaboración de pruebas de distinto tipo, la argumentación y la refutación como parte de la misma, etc. Al validar, el estudiante confronta su producción con lo matemáticamente instituido y una de las tareas de la enseñanza es acercar esas producciones a las aceptadas en la disciplina.

A modo de ejemplo, entre los tipos de actividades que contemplan la validación que se encontraron en los materiales de los cursos que se estudian en esta investigación, pueden mencionarse: realizar alguna demostración (por ejemplo, la suma de dos números pares es un número par, el desarrollo del cuadrado de un binomio, etc.) y tomar decisiones acerca de la veracidad de una afirmación, lo cual puede requerir de justificaciones simples o elaboradas.

El uso y la conversión de registros de representación

La Matemática trabaja con entes abstractos que no son accesibles sino mediante representaciones de los mismos. Junto con la pluralidad de representaciones que admiten los objetos matemáticos conforman una característica distintiva de la Matemática respecto de otras disciplinas (Duval, 1998)

La temática de las representaciones ha dado lugar a numerosos desarrollos teóricos en el ámbito de la Educación Matemática. Uno de los principales referentes en el asunto es Duval, quien señala que es posible representar un concepto matemático en diversos registros de representación. Por ejemplo, una palabra escrita, un símbolo y un gráfico pueden representar a un objeto matemático. Además, destaca que la comprensión de un concepto requiere de la distinción entre el objeto en cuestión y sus representaciones y la coordinación de distintos registros de representación de ese objeto, lo que no se da de manera natural en los estudiantes y para lo cual se requiere de un trabajo específico desde la enseñanza sobre la diversidad de los sistemas de representación, las posibilidades que cada uno presenta y las conversiones entre ellos.

Un registro semiótico es un sistema de signos utilizados para representar ideas y objetos matemáticos. Para que un registro semiótico sea tal, requiere que se permitan las siguientes tres actividades cognitivas vinculadas a la aprehensión o a la producción del registro (Duval, 1998):

- es identificable;

- tratamiento interno, expresado en la posibilidad de la manipulación usando las reglas propias del registro;

- tratamiento externo, expresado en la conversión de las representaciones a otro registro. La conversión puede mantener en todo o en parte el contenido inicial y se distingue del cambio de código, ya que no se limita a una transformación que no tiene en cuenta el contenido.

Sin intención de exhaustividad y a los efectos de cubrir el interés de esta investigación centrada en el estudio de lo numérico, lo algebraico y las funciones, se consideran aquí los siguientes registros:

- registro verbal: es el del lenguaje natural

- registro simbólico: es el que utiliza los símbolos de la lógica (cuantificadores y conectores) y los literales del álgebra.

- registro numérico: es el de la representación en aritmética. Se identifican aquí algunos sub-registros: el decimal, correspondiente a las expresiones decimales de los números; y el no decimal, que es la fraccionaria para los números racionales y que para los irracionales se da mediante radicales como $\sqrt{3}$ ó letras como π o e.

- registro gráfico: es el de la representación en el plano o el espacio cartesiano.

Ibarra, Bravo y Grijalva (2002) señalan que la investigación en el campo de la Educación Matemática ha aportado en términos de que el aprendizaje de la Matemática se favorece cuando se incorporan a la enseñanza actividades que propician el uso y la articulación de los registros de representación semiótica.

El uso de las técnicas

En el marco de la TAD; una técnica matemática es una forma de realizar un tipo de tareas. Estas tareas, inicialmente problemáticas, esto es, no resolubles inmediatamente, se convierten en rutinarias con el desarrollo de la técnica (Chevallard, Bosch y Gascón, 1997). Por ejemplo, hallar la ecuación de la recta que contiene a dos puntos es una tarea que puede considerarse inicialmente problemática. Supuesto conocido que en las rectas no verticales el cociente de los incrementos de las variables es constante, es posible construir una técnica para resolver esta tarea mediante la obtención de la pendiente de la recta a través del cálculo del cociente de incrementos en las variables y la posterior obtención de la ordenada al origen a partir de la resolución de una ecuación mediante el uso de la ecuación explícita de la recta, supuesta ésta conocida. Otra técnica para la misma tarea es aquella que consiste en la resolución del sistema de ecuaciones resultante de la sustitución de ambos puntos en la ecuación explícita, supuesto conocida la resolución de sistemas de ecuaciones lineales.

El aspecto rutinario de las técnicas está dado por la práctica necesaria para afianzarlas. Es el momento en que no interesa exhibir sus limitaciones ni analizar sus alcances sino rutinizar su uso. En la enseñanza, esta fase de la actividad matemática se expresa en los llamados *ejercicios de aplicación*. Nápoles Valdes y Cruz Ramírez (2000) realizan un recorrido por la forma en que distintos autores conciben esta noción. Se consideran aquí *ejercicios de aplicación* a las actividades que involucran sólo a la aplicación de técnicas, esencialmente algorítmicas.

Pero el trabajo sobre las técnicas no se limita a su desarrollo y afianzamiento. Cualquiera de las dos técnicas ejemplificadas para la obtención de la ecuación de la recta dados dos puntos, presenta limitaciones. Si los puntos pertenecen a una recta vertical, la técnica se muestra ineficaz y es necesario reformularla para definir una nueva técnica. La ineficacia de la primera técnica se expresa en que las rectas verticales no tienen pendiente y la ineficacia de la segunda en que el sistema planteado es incompatible y, por lo tanto, no puede encontrarse el valor de la pendiente y de la ordenada al origen. Puede verse entonces, que el trabajo sobre las técnicas oficia de integración entre la faz exploratoria y las cuestiones de índole teórica y que tiene dos facetas, una ligada a lo rutinario y otra ligada a lo creativo, en correspondencia con lo que Artigue (2002) llama, respectivamente, valor pragmático y valor epistémico de las técnicas.

En Bosch, Fonseca y Gascón (2004) y en Fonseca, Bosch y Gascón (2010), aparecen otros indicadores de incompletitud y rigidez de las organizaciones matemáticas, vinculados con las técnicas:

- La posibilidad de elegir entre diferentes técnicas.

Para un cierto tipo de tareas, suelen existir diversas técnicas, o variaciones de alguna de ellas, que deben ser contempladas, evitando una identificación entre un tipo de tarea y su técnica asociada. También es necesario que aparezcan los elementos tecnológicos que permiten cuestionar las técnicas, discutiendo sus alcances y limitaciones. Aún cuando existan más de una técnica para un tipo de tareas, no es una tarea habitual propuesta al estudiante la de decidir para una tarea cuál es la técnica más pertinente. El proceso didáctico en el nivel medio suele organizarse en torno de problemas estereotipados y un aspecto rudimentario del trabajo técnico, limitado a la aplicación de técnicas algorítmicas rígidas.

- Existencia de tareas y técnicas inversas

Cuando existan técnicas para resolver un tipo de tareas y su tarea inversa, es necesario que no se traten como independientes entre sí. Por ejemplo, se ve cuando la representación gráfica de una función a partir de su fórmula y la obtención de la fórmula de la función a partir de su representación gráfica es común que sean tratadas como cuestiones independientes.

- Interpretación del resultado de la aplicación de las técnicas

El discurso tecnológico debe adquirir funcionalidad, interpretando el funcionamiento de las técnicas y de su resultado. No es común que se solicite la interpretación del resultado de la aplicación de una técnica. Por ejemplo, es poco común que se incluya en la resolución de ecuaciones, la interpretación del resultado hallado.

Un fenómeno asociado al uso de las técnicas es la tendencia a privilegiar, para un cierto tipo de tareas, una única técnica como la manera evidente e incuestionable de resolverlas, lo cual dificulta su desarrollo al desconocerse sus limitaciones y la existencia de otras técnicas para la misma tarea (Boch, Fonseca y Gascón, 2004). Este fenómeno tiene una manifestación extrema en propuestas de enseñanza que se observan asociadas al modelo docente tecnicista (Gascón, 1998) en el que "se corre el riesgo de caer en una apología del dominio de las técnicas, especialmente las algorítmicas, que son las más visibles" (Gascón, 2001, p.136). En estas elecciones didácticas, las técnicas adquieren un carácter auto-tecnológico (Fonseca, Bosch y Gascón, 2010), esto es, que no requieren justificación más allá de su comprobación. A propósito de esto, Gascón (2001) alerta acerca de que en los niveles básicos de enseñanza esto puede provocar que los estudiantes no logren manifestar aprendizaje alguno, justificando el enunciado docente de *volver a lo básico*.

CAPÍTULO 3: MATERIALES Y MÉTODOS

EL DESPLIEGUE METODOLÓGICO PARA ESTUDIAR EL PERFIL PROPUESTO

Dentro de la problemática del ingreso a los estudios universitarios, en esta investigación interesa conocer qué esperan las universidades que los ingresantes sepan de Matemática para iniciar las carreras de grado, a nivel programación de curso. Para ver esto en el ámbito universitario estatal en conjunto, se focaliza la mirada en los cursos que tienen alguna asignatura de Matemática en la programación del ingreso o, si el ingreso es directo, en las asignaturas de Matemática del primer año de estudios. A este recorte del mundo universitario se lo llama aquí *Matemática en el Ciclo de Inicio a los Estudios Universitarios*.

Se entiende a lo que se espera que los estudiantes sepan de Matemática como los saberes que el ingresante debe conocer y la actividad matemática, específica de los contenidos y transversal a ellos, que debe desplegar. Por ejemplo, podría ser que se espere que un estudiante *encuentre números racionales entre dos números racionales dados*. En este caso, se tiene el tema *Números racionales*, más precisamente la *densidad de los números racionales* y una actividad matemática específica de ese contenido: *encontrar números entre dos dados*. También podría esperarse que el estudiante sepa *resolver problemas*. Aquí se tiene una actividad matemática que no es específica de un contenido particular sino transversal a distintas temáticas.

Esos saberes y actividad matemática que se pretende que el estudiante sepa, expresados en actividad matemática específica de algún contenido o transversal a ellos es lo que se entiende aquí como el *perfil propuesto* en *Matemática* en el ingresante. Corresponde precisar que el sentido del término *propuesto* refiere a lo que se pretende que el estudiante desarrolle en la instancia de ingreso, es decir, durante su cursado.

Es evidente que no hay un perfil propuesto único en el campo que estudia en este trabajo. En este sentido, se pretende caracterizar el *perfil propuesto mayoritario en Matemática,* conformado por los saberes y actividad matemática requeridos que se observan como más frecuentes en las distintas propuestas de enseñanza.

No se han encontrado en la bibliografía producciones que se ocupen de enseñanza de la Matemática en el Ciclo de Inicio a los Estudios Universitarios en forma conjunta, por lo que se realiza aquí un primer acercamiento de carácter exploratorio que permita conocer el campo en el que se trabaja. En el capítulo siguiente se exponen sus resultados, que arrojaron la existencia de importantes regularidades en cuanto a los contenidos que se tratan, lo que alienta la búsqueda de un perfil mayoritario. La exploración se inicia con los cursos con alguna asignatura de Matemática en la programación del ingreso o, cuando el ingreso es directo, en el primer año de estudios. Se utiliza este primer acercamiento para conocer sus características organizacionales (si es o no eliminatorio, a qué carreras está dirigido, etc.), así como también los contenidos de enseñanza, para saber cuáles son las temáticas tratadas.

Luego de esta primera aproximación, se avanza sobre el estudio en detalle de los contenidos matemáticos más frecuentemente tratados y la actividad matemática que se propone realizar con ellos, con vistas a la caracterización del mencionado perfil, al que también interesa cruzar con las características organizacionales mencionadas, es decir que interesa ver si el perfil mayoritario varía de acuerdo con las carreras a las que está dirigido el curso y según la existencia o no de limitaciones al ingreso.

También es interés de esta investigación profundizar en el caso de la UBA, con la caracterización del *perfil propuesto en la asignatura Matemática del CBC de la UBA*. La UBA es la mega-universidad del sistema argentino y su impronta en el sistema es fuerte por su larga tradición y prestigio. Si bien Matemática no es la única asignatura del área en el ingreso, es la que está dirigida a más carreras y la que capta a más estudiantes, por lo que es elegida para el análisis.

PRIMERA ETAPA: LOS CURSOS DE MATEMÁTICA EN EL INGRESO

Como se mencionó en el Capítulo 1, Sigal (2003) y Trombetta (1999) han realizado distintos acercamientos a relevamientos y caracterizaciones de las modalidades de ingreso que presenta el sistema universitario estatal argentino. Sin embargo, no se ha encontrado literatura que se ocupe de la Matemática en el Ciclo de Inicio a los Estudios Superiores desde una perspectiva global. Por esto, la primera etapa de la investigación tuvo un carácter centralmente exploratorio.

Los cursos que componen el estudio están diseminados en centros urbanos de todo el país, lo cual dificulta su acceso. Sin embargo, las universidades disponen de páginas web en donde se brinda, en diversa medida, información sobre el ingreso. Así, se realizaron visitas a dichas páginas para todas las universidades y sus respectivas facultades en variados momentos de 2007 y 2008, intensificándolas en los últimos meses de cada uno de estos años y en el mes de febrero del siguiente, debido a que fueron detectados como los momentos en que se brindaba más información específica y que se producen las inscripciones. El acceso a las universidades de la zona metropolitana de Buenos Aires fue realizado mediante visitas a sus sedes. A fines de 2012 se realizó una actualización de los datos obtenidos. Es importante señalar que al momento de esta búsqueda complementaria, muchas universidades o facultades habían restringido el acceso a la información a los estudiantes inscriptos.

La búsqueda se concentró en los cursos de ingreso a las carreras de grado en los que hubiera asignaturas de Matemática y, en los casos de ingreso directo, a la programación del primer año. A cada una de estas unidades con que se trabaja, se las llama de aquí en adelante *curso de Matemática*. Vale mencionar que es usual que en una misma universidad se propongan materias de Matemática diferentes según las distintas facultades y aún al interior de una misma facultad. El proceso de búsqueda se completó con el envío de mensajes por correo electrónico a direcciones de contacto para los casos en las que no se brindaban detalles del ingreso, con visitas a universidades y con consultas a informantes clave (para las universidades del área metropolitana de Buenos Aires) como coordinadores de los cursos y personal a cargo de información sobre el ingreso.

Así, se relevaron un total de 129 cursos de Matemática, pese a que no se pudo obtener información fiel de un par de universidades chicas del interior y de unas pocas facultades de otras universidades. A partir de la oferta académica de estas entidades y sin contar los dirigidos sólo a tecnicaturas que no se consideraron, se estima una omisión de cursos inferior a un 10%. Cuando un estudiante debe cursar más de una materia del área, se ha considerado que esto conforma un único curso de Matemática, ya que lo que se estudia en todas ellas forma parte de lo que un mismo estudiante debe saber. Los casos en que esto se dio fueron los siguientes: en la UBA hemos considerado como un curso de Matemática (con dos materias) el destinado a Ciencias Exactas e Ingeniería, como otro curso de Matemática (también con dos materias) el destinado a Ciencias Económicas y como un tercer curso de Matemática (con una materia) el que se exige para varias otras carreras. También en la Facultad de Ciencias Exactas de la Universidad de La Plata, los estudiantes deben cursar una materia que es común a todas las carreras de la facultad pero los que pretenden estudiar las carreras de Matemática y Física deben cursar otra materia más.

Por las características indicadas, el muestreo utilizado fue no aleatorio y oportunista (Casal y Mateu, 2003). No obstante, la cobertura obtenida permite decir que la diferencia entre la muestra y la población es pequeña.

Las dimensiones de cada curso de Matemática relevado a los efectos de conocer sus particularidades, son las siguientes: obligatoriedad o no de su aprobación para ingresar al grado, carreras a la que está destinado, modalidad de cursado y contenidos de enseñanza. Los datos referidos a todas estas dimensiones fueron extraídos directamente de las páginas web, mientras que para conocer los contenidos de enseñanza, se utilizaron los programas de las materias y los materiales obligatorios que se dan a los estudiantes (guías prácticas o teórico-prácticas). La mayoría de estos materiales se encontraron en las páginas web, mientras que unos pocos fueron adquiridos en las sedes universitarias, particularmente para los de la zona metropolitana de Buenos Aires.

Dimensiones para el Análisis de los Cursos de Matemática

Los destinatarios

Los aspirantes a la universidad han recorrido un trayecto formativo en los niveles primario y secundario en el que la Matemática ha tenido un peso importante, con presencia en todos los años y con alta carga horaria; casi con seguridad, ha sido el campo del conocimiento con el que más tiempo han tenido contacto en su escolaridad. Cabe preguntarse entonces a quiénes están dirigidas estas materias iniciales de Matemática: ¿a todos?, ¿sólo a aquellos que tienen que cursar otras asignaturas del área en la carrera?

Para poder dar respuestas a la diversidad encontrada en este aspecto, se proponen las construcciones de *curso universal* y *carrera afín a la Matemática*. Con esto, los cursos quedan organizados de la siguiente manera:

Curso de Matemática Universal

Está destinado a todas las carreras de la universidad. Es requisito que las carreras pertenezcan a campos de conocimientos variados, incluyendo tanto afines como no afines a la Matemática. Una carrera es *afín a la Matemática* cuando hay continuidad en el estudio del campo disciplinar al interior del grado; el resto de las carreras son carreras *no afínes*[11].

Un ejemplo de esta variante lo ofrece la Universidad Nacional de General Sarmiento. La materia Matemática es común a todos los aspirantes al grado. Esta universidad ofrece carreras afines (como el profesorado de Matemática y el de Física) así como también carreras no afines (como Educación y Comunicación).

Curso de Matemática Orientado

Está dirigido a algunas carreras de la universidad o facultad correspondientes a variados campos de conocimiento pero no a la totalidad de sus carreras; o bien está dirigido a todas las carreras, pero éstas corresponden a un mismo campo de conocimientos. En este último caso, nos interesa ver a qué tipo de carreras están dirigidas. Aclarando que no todas las universidades ubican a carreras similares en las mismas facultades y las agrupaciones de las áreas del conocimiento en facultades no es homogénea en las universidades, se propone distinguir *cursos orientados a Ciencias Exactas y/o Ingeniería*, *cursos orientados a otras carreras afines a la Matemática* (exceptuando a las Ciencias Exactas y/o Ingenierías a menos que esté dirigido a éstas y a otras carreras afines), *cursos orientados a carreras no afines a la Matemática* y *cursos orientados a carreras varias*. En este último caso, deben encontrarse carreras afines y no afines a la Matemática.

Un ejemplo de materia orientada a Ciencias Exactas y/o Ingenierías es la de cualquiera de las facultades regionales de la Universidad Tecnológica Nacional que, en cada una de ellas, tiene una materia que es común a todos los aspirantes, pero las carreras pertenecen a un mismo campo de conocimientos: las ingenierías. Un ejemplo de orientación a carreras afines es la materia que ofrece la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad Nacional de Tucumán. El curso de ingreso de la Facultad de Medicina de la Universidad Nacional de La Plata tiene una materia orientada a carreras no afines y, por último, la materia Matemática del Ciclo Básico Común de la Universidad de Buenos Aires ejemplifica a los destinados a carreras varias (afines y no afines).

La obligatoriedad de aprobación

La admisión al sistema universitario estatal argentino no está tan exenta de restricciones como luce. Para ver esto, se requiere indagar acerca de si los cursos son de aprobación obligatoria o no para ingresar al grado. Esta condición está ligada al mecanismo de admisión en el que se inscribe el curso del cual forma parte la asignatura; sin embargo, mecanismos que aparentan no tener restricciones han definido distintos condicionamientos[12]. Ante la diversidad de variantes observada, la consideración de la obligatoriedad o no de aprobación resulta insuficiente. Así, se determina el siguiente sistema de categorías para explicar esta diversidad:

Curso no eliminatorio

La aprobación del curso de Matemática no es un requisito para ingresar al grado. Presenta dos variantes: de cursado obligatorio, cuando se exige la asistencia, y de cursado no obligatorio, cuando no se exige asistencia.

Por ejemplo, el curso de Matemática de la Facultad de Ciencias Exactas, Naturales y Agrimensura de la Universidad Nacional del Nordeste es obligatorio pero no eliminatorio, mientras que el de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires no es obligatorio ni eliminatorio.

Curso ligado a la carrera de grado

La desaprobación del curso de Matemática establece limitaciones o condicionamientos al cursado o aprobación de las asignaturas de la carrera. Estos casos presentan una variedad de versiones, que se listan enseguida:

- eliminatorio en la primera instancia de cursado, pero no en la segunda.

La Universidad Nacional de San Luis es un caso de esta modalidad.

- la aprobación se traduce en la aprobación del primer parcial de alguna asignatura posterior del primer año.

Esto sucede, por ejemplo, en la Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura de la Universidad Nacional de Rosario.

- la aprobación es requisito para cursar alguna asignatura del primer año (pero no todas) o para cursar asignaturas del segundo año (el primero puede realizarse).

La Universidad Nacional de Litoral es ejemplo de lo primero y la Universidad Nacional de Luján, de lo segundo.

- para cursar asignaturas del grado se requiere la regularización del curso de Matemática del ingreso y para regularizar esas asignaturas es requisito la aprobación de Matemática del ingreso.

La Facultad de Matemática, Astronomía y Física de la Universidad Nacional de Córdoba es una muestra.

Curso eliminatorio

La aprobación del curso de Matemática es condición necesaria para acceder al primer año. Presenta dos variantes: sin cupo, cuando la aprobación del Curso de Matemática (en rigor, la aprobación de todos los espacios del curso de ingreso) es suficiente para iniciar la carrera, y con cupo, cuando se fija un límite a la cantidad de vacantes, estableciendo un orden de méritos entre los estudiantes para determinar quiénes acceden al grado tras la aprobación de la asignatura. Cualquiera de los cursos de Matemática de las universidades nuevas del conurbano[13] es ejemplo de este caso y; en particular, la Universidad Nacional de Tres de Febrero contempla la figura del cupo.

La modalidad de cursado

Conocidos sus destinatarios y la obligatoriedad o no de la aprobación del curso, es importante analizar qué es lo que se enseña y en qué tiempos se hace. Un acercamiento a los tiempos de enseñanza puede obtenerse de saber cuáles son las distintas modalidades de cursado que se proponen. Al analizar las modalidades y la duración de los cursos de Matemática se observa una variedad notable. Hay cursos presenciales, semi-presenciales y a distancia; la duración va desde unas pocas clases hasta más de un semestre, abarcando todo el espectro y con cargas horarias muy disímiles. En varios casos, la aprobación de un examen exime del cursado de la asignatura. Es alto el número de universidades o facultades que ofrecen la cursada en más de una modalidad o también en más de una etapa o la replican durante el año en la misma o distinta modalidad. En muchos casos, esta variedad hace que no pueda anticiparse el recorrido del estudiante.

Ilustramos esta variedad de modalidades con algunos ejemplos:

- la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad Nacional de Córdoba ofrece su curso de Matemática con una modalidad a distancia y está programado para realizarse durante dos meses.

- la Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional de La Plata propone un curso que se dicta en el segundo semestre del año y tiene una modalidad a distancia para aspirantes que vivan a más de 60 km de la ciudad, y una modalidad presencial durante el mes de febrero y parte de marzo. Previamente, puede rendirse la asignatura en condición de alumno libre y su aprobación exime de la realización del curso.

- la Facultad de Ciencias Bioquímicas y Farmacéuticas de la Universidad Nacional de Rosario ofrece un curso que tiene una primera etapa semi-presencial durante el segundo semestre del año y una segunda etapa presencial, en febrero.

- la Universidad Nacional de General Sarmiento tiene un curso de ingreso que presenta centralmente una modalidad semestral y otra intensiva, dictada en el verano.

Los siguientes son ejemplos de la diversidad en la carga horaria de la materia Matemática, cuando se dicta en modalidad presencial.

- Matemática en el ingreso a la Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires tiene un curso de 20 horas.

- en el ingreso a la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad de Cuyo, la asignatura tiene 30 horas.

- la asignatura de la Facultad de Informática de la Universidad Nacional de La Plata tiene una carga horaria de 50 horas.

- las materias Análisis Matemático y Álgebra del Ciclo Básico Común de la Universidad de Buenos Aires (Facultad de Ciencias Exactas y Naturales y Facultad de Ingeniería) tienen una carga horaria de alrededor de 130 horas cada una.

- la asignatura del ingreso en la Facultad Regional Delta de la Universidad Tecnológica Nacional tiene, también, 130 horas.

Los contenidos de enseñanza

De los 129 cursos de Matemática relevados, se recabó información sobre los contenidos de enseñanza de 93 de ellos. Se obtuvieron los materiales de estudio para los estudiantes (guías prácticas o teórico-prácticas) de 67 cursos, mientras que de los 26 restantes contamos con el programa de la asignatura[14]. Esta muestra reúne al 72,1 % de los cursos relevados, lo cual es un valor alto y que abarca un espectro variado ya que incluye a universidades de todas las regiones del país, a universidades nuevas (fundadas en el último período democrático, en el marco de la supresión de los exámenes de ingreso), a las universidades de mayor tradición y también a universidades grandes, medianas y chicas. Vale aclarar que al realizar actualización de 2012, en varios casos, el acceso al material en las páginas web se encontraba restringido a los estudiantes inscriptos.

Para conocer cuáles son los contenidos que se enseñan en estos cursos de Matemática, se confeccionó un listado de las distintas temáticas desarrolladas y los organizamos en una tabla de frecuencias absolutas, a partir de lo que en términos de García, Bosch, Gascón y Ruiz (2007) es un análisis espontáneo, esto es, un análisis sin uso de herramientas didácticas.

Este estudio mostró una significativa homogeneidad de las temáticas abordadas, centradas en lo relativo a lo numérico, al Álgebra y al estudio de las funciones en general y a las lineales y cuadráticas. A partir del marcado predominio de estos temas y la intencionalidad de la investigación de captar generalidades más que casos distintivos, la segunda etapa se limita a ellos, descartando las otras temáticas.

SEGUNDA ETAPA: ESTUDIO DE LOS SABERES Y DE LA ACTIVIDAD MATEMÁTICA REQUERIDOS AL INGRESANTE

Los cursos que aquí se estudian están dirigidos a poblaciones numerosas y su coordinación está evidentemente centralizada ya que existen materiales de tipo práctico (o, en ocasiones, teórico – práctico) de aplicación generalizada. Estos materiales, que se proponen como obligatorios para los estudiantes en cada curso de Matemática y que ya se utilizaron en la primera etapa de esta investigación, son los que se usan ahora para el perfil propuesto. Enmarcada en una investigación cualitativa, la estrategia metodológica seguida es el análisis de fuentes documentales, a partir de una fuente pública que adquiere la forma de documentos escritos, diseñados por equipos de las universidades y facultades con el fin específico de ser usado como material didáctico para el dictado de los cursos. Las guías de trabajos prácticos son un elemento fundamental al momento de saber qué se pretende que los estudiantes aprendan ya que contienen las actividades para el aprendizaje que el estudiante debe realizar. Además, se puede acceder a ellas en forma masiva en un campo geográficamente muy disperso, de modo de satisfacer el interés abarcativo que moviliza a esta investigación.

El nivel de concreción de las propuestas de enseñanza que interesa aquí que es el de la programación del curso, que está conformado por las actividades para el aprendizaje, los objetivos del curso, el programa completo de la asignatura y las guías orientativas para el docente, en los casos de coordinación centralizada. Los motivos por los que se han tomado a las actividades para el aprendizaje y no a otros elementos son dos: las actividades tienen una mayor proximidad con lo que el estudiante debe realizar y, además, resultan accesibles en el campo que aquí se estudia, lo que no ocurre con el resto de los elementos mencionados.

El uso de fuentes documentales en la investigación tiene reconocidas algunas desventajas y Valles (1999) es uno de los que las explica. Una de ellas, el problema de la autenticidad, no tiene influencia aquí debido a que los materiales fueron obtenidos de las páginas web de las universidades y facultades y, en menor medida, adquiridos en las sedes universitarias (para las universidades de la zona metropolitana de Buenos Aires). En todos los casos, los materiales tienen títulos explícitos sobre su procedencia y finalidad. Sin embargo, se asume que el problema de la credibilidad podría darse por el uso efectivo parcial del material. La verificación de si estos materiales se usan en forma completa resulta impracticable. A pesar de esto, se ha verificado en algunos lugares de fácil acceso que el material se utiliza en forma completa, salvo quizás para algún tema aislado, aunque en ningún caso se trata de los que interesan aquí. Una tercera desventaja del uso de documentación es la referida a la interpretación. Corresponde preguntarse aquí acerca de los alcances de las construcciones que se realizan sobre lo que se enseña a partir del análisis de las actividades, aunque para ser más precisos debería decirse de los enunciados de las actividades ya que una actividad para el aprendizaje no está formada sólo por su enunciado sino también por la gestión que el docente hace en la clase a partir de él. Con esto se quiere explicitar que pueden existir distintas intencionalidades didácticas a partir de un mismo enunciado y que éstas no están contempladas en el mismo. Esto es coherente con el nivel de concreción de la enseñanza que se utiliza, que no incluye el accionar del docente en el aula.

El análisis que aquí se realiza busca captar aspectos constitutivos e importantes de ciertos contenidos matemáticos y de la actividad matemática que se realiza con ellos. En este sentido, se utiliza únicamente lo que la actividad propicia explícitamente en su enunciado, ignorando todo otro uso que pudiera hacerse con ella. Vale mencionar que todas las temáticas que se analizan aquí forman parte de los diseños curriculares de la escolaridad media y que de la lectura de los materiales se desprende en forma evidente que no están diseñados para una primera enseñanza del tema sino que está implícito que ya se ha tenido un primer acercamiento a ellos. En otros términos, son una *revisitación* a lo estudiado en la escuela media. Por lo tanto, se asume que los elementos seleccionados son analizables a través de los enunciados de las actividades.

Del grupo de 129 cursos de Matemática con el que se trabajó en la primera etapa, se dispone de las guías prácticas de 67 cursos. Se toman de ellas sólo el conjunto de actividades propuestas para ser resueltas por el estudiante y que adoptan la forma de ejercicios y/o problemas correspondientes a las tres grandes temáticas de interés determinadas en la primera etapa, esto es: Números, Álgebra y Funciones (en particular, función lineal y cuadrática). Vale aclarar la diversidad que estas guías prácticas observan en extensión desde casos en que la ejercitación es abundante hasta otros en que es escueta, pasando por todo el espectro intermedio.

Con esto, se conforman las nuevas unidades de análisis, llamando a cada guía práctica, *material de Matemática*. También se trata de una muestra por conveniencia, que contiene al 51,9 % de los cursos de Matemática relevados. Según Casal y Mateu (2003) este tipo de muestreo es útil cuando se pretende realizar una primera prospección de la población.

La muestra obtenida cubre en forma bastante amplia a la población de referencia por su cobertura según las distintas regiones del país[15], según el tamaño de las universidades[16] y según las universidades sean nuevas o no[17]. En muestreos como éste, de tipo no probabilístico, los resultados obtenidos se circunscriben al grupo estudiado. La amplitud de la muestra y la variedad de su composición, aportan un buen fundamento inicial a eventuales generalizaciones al universo de referencia que puedan realizarse a partir de ella.

Diseño del Instrumento para Caracterizar el Perfil Propuesto Mayoritario

Con vistas a caracterizar el perfil propuesto mayoritario, se estudian los alcances de los contenidos de enseñanza y la actividad matemática transversal que debe realizar el estudiante. Para ello, se crea un sistema conformado por una serie de categorías y sub-categorías para Números, para Algebra y para Funciones (en general, lineales y cuadráticas) y para la Actividad Matemática Transversal. Estas categorías y sub-categorías fueron determinadas mayormente a priori, derivadas del marco teórico expuesto en el capítulo anterior y enriquecidas a partir de la lectura de las actividades de los materiales.

Para conocer si las sub-categorías están presentes en cada una de las unidades de análisis (los materiales de Matemática) se plantean una serie de indicadores, que pueden verse como formas estándar sintéticas de los enunciados de las actividades y que apuntan a detectar la expresión de las sub-categorías, en actividades situadas en un ámbito escolarizado como es el que analizamos. Se considera la presencia / ausencia de las sub-categorías y no la frecuencia con que aparecen, por lo que se asume que la información así obtenida, tiene limitaciones. Los motivos que llevan a esta elección son los siguientes: la cantidad de materiales utilizados hace impracticable contabilizar la cantidad de veces que las sub-categorías ocurren; la cantidad muy dispar de actividades que componen los materiales, pero también la dificultad que implicaría establecer frecuencias debido a la presencia de ejercicios que bajo un enunciado común presentan varios ítems que abordan las mismas cuestiones y también distintas, o los que bajo un enunciado común incluyen varios ítems análogos, o los que no son itemizados, etc. Ante la complejidad de medir el énfasis con el que las distintas sub-categorías aparecen, es que cuando se habla de lo que el estudiante *debe saber* debe entenderse que se lo hace en un sentido limitado.

Entonces, la codificación se realiza a partir de la presencia o ausencia de los respectivos indicadores en cada una de las unidades de análisis. De esta forma quedan construidos cada uno de los datos, es decir, el valor (presente / ausente) que toma una cierta sub-categoría en cada uno de los materiales de Matemática. En los casos en que se incluyen varios indicadores, la presencia de alguno de ellos basta para que la sub-categoría sea considerada presente. De cada uno de los materiales de Matemática se utilizan los capítulos o las partes que tratan las temáticas mencionadas. Para el caso del estudio de los polinomios, se utilizan los apartados de Álgebra o de Funciones, según dónde aparezca su tratamiento en cada curso.

Una vez aplicado el instrumento a los materiales de Matemática, con las grillas completas y con los porcentajes de aparición de las sub-categorías, se establecen puntos de corte a partir de los cuales quedan determinadas las sub-categorías que formarán parte del perfil propuesto mayoritario. La mención a distintos puntos de corte se explica en que se pretende analizar distintos perfiles mayoritarios de acuerdo con los distintos porcentajes de manifestación de las sub-categorías; por ejemplo, el compuesto por las sub-categorías que aparecen en el 80% o más de los cursos, el compuesto por las sub-categorías que aparecen en más del 70% de los cursos, etc.

Con las sub-categorías que componen los perfiles mayoritarios ya obtenidas, sus caracterizaciones se realizan mediante un análisis didáctico-matemático. Se entiende a este análisis como un conjunto de consideraciones sobre el tratamiento de los asuntos matemáticos involucrados, como también de los que se soslayan. Más precisiones y la realización de lo mencionado se exhiben en el capítulo siguiente.

En función de otro de los objetivos de la investigación, interesa ver si este perfil sufre modificaciones según el mecanismo de admisión en el que se inscribe el curso de Matemática y también según las carreras a las que está destinado. Para ello, se restringe la aplicación del instrumento a los materiales de Matemática de los cursos que correspondan a la dimensión elegida. Por ejemplo, para determinar el perfil propuesto mayoritario en cursos eliminatorios se seleccionan, de cada grilla, las columnas de los de cursos han sido catalogados como eliminatorios. Luego, se realiza la caracterización del perfil de forma análoga a la del perfil mayoritario.

Categorías, sub-categorías e indicadores para la caracterización del perfil mayoritario

A continuación, se presentan las distintas categorías y las sub-categorías con sus correspondientes indicadores para cada uno de los grandes temas. Luego, se da una serie de precisiones sobre ellas que permiten comprender sus alcances.

Tabla 1:

Grilla con las sub-categorías correspondientes al tema Números

NÚMEROS		
Categ	**Sub-categoría**	**Indicadores**
Noción de número	Clasificación de números	Clasificar números en racionales y irracionales Reconocer si un número es racional o si es irracional
	Clasificación de racionales	Decidir si una fracción es entera, si es menor o mayor que 1 Decidir si una fracción es un decimal periódico o finito
	Noción de racional como parte o porcentaje de un todo	Nombrar o hallar partes o porcentajes de un total
	Representación en la recta de los racionales	Representar un racional dado en cualquiera de sus formas o reconocerlo dada su representación en la recta
	Noción de número irracional.	Diferenciar de un número racional. Proponer números irracionales
	Representación en la recta de los irracionales	Representar un irracional o reconocerlo dada su representación en la recta
Propiedades de los conjuntos numéricos	Orden	Ordenar o comparar números. Dar un intervalo que contenga a un número
	Densidad en racionales e irracionales	Buscar números entre dos dados Probar la existencia de números entre dos dados
Formas de representación	Fraccionaria, para los racionales	Trabajo con los racionales expresados como fracciones
	Decimal, para los racionales	Trabajo con los racionales expresados como decimales
	Notación científica, para los racionales	Trabajo con los racionales expresados en notación científica
	No decimal, para los irracionales	Trabajo con los irracionales en forma no decimal
	Decimal, para los irracionales	Trabajo con los irracionales en forma decimal
	Pasaje de una forma a otra	Expresar a un número en forma distinta a la dada
	Uso conveniente de una representación u otra	Usar una forma u otra según resulte conveniente
Aproximaciones / Estimaciones	Estimaciones	Realizar estimaciones
	Expresiones decimales aproximadas para responder como fin en sí mismo	Realizar aproximaciones o estimaciones como fin en sí mismo
	Expresiones decimales aproximadas para responder a otra cuestión	Realizar aproximaciones o estimaciones para responder a otra cuestión
Operaciones	Cálculo en $\mathbb{Q}$	Resolver operaciones con racionales
	Cálculo en $\mathbb{R}$-$\mathbb{Q}$, sin combinar	Resolver operaciones con irracionales sin combinar
	Cálculo combinado con irracionales	Resolver operaciones combinadas, incluyendo irracionales
	Racionalización de denominadores como fin en sí mismo	Racionalizar números
	Racionalización de denominadores para responder a otra cuestión	Racionalizar números
	Ley de cierre	Decidir si vale la ley de cierre de una operación en racionales o irracionales
	Aplicación individual de otras propiedades (distributivas, de la potenciación, de la radicación, etc.)	Realizar cálculos que requieren aplicar una única propiedad
	Aplicación integrada de otras propiedades (distributivas, de la potenciación, de la radicación, etc.)	Realizar cálculos que requieren aplicar varias propiedades

Tabla 2:

Grilla con las sub-categorías correspondientes al tema Álgebra

ÁLGEBRA		
Categ	**Sub-categoría**	**Indicadores**
Uso del literal	Como incógnita	Manipular al literal en su función de incógnita
	Como variable	Manipular al literal en su función de variable
	Como indeterminada	Manipular al literal en su función de indeterminada
	Como número general	Manipular al literal en su función de número general
	Como parámetro	Manipular al literal en su función de parámetro
Expresiones Algebraicas	Campo de definición	Contemplar las restricciones a los literales que intervienen en las expresiones
	Valor numérico de una expresión algebraica	Obtener el valor numérico de una expresión
Expresiones Algebraicas - Operatoria	Operaciones con polinomios	Realizar operaciones con polinomios
	Operaciones con fracciones algebraicas sin factorización	Realizar operaciones con expresiones algebraicas sin factorizaciones
	Operaciones con fracciones algebraicas con factorización	Realizar operaciones con expresiones algebraicas con factorizaciones
	Operatoria con expresiones algebraicas para atender a otra cuestión	Realizar operaciones con expresiones algebraicas
	Operatoria con expresiones algebraicas como fin en sí mismo	Realizar operaciones con expresiones algebraicas
Factorización de polinomios	Casos clásicos	Factorizar polinomios, siendo suficientes los casos clásicos
	Algoritmo de división	Factorizar polinomios con uso del algoritmo de la división
	Factorización de polinomios como fin en sí mismo	Factorizar polinomios
	Factorización de polinomios para atender a otra cuestión	Factorizar polinomios
Ecuaciones	Noción de solución	Decidir si un número es o no solución de una ecuación. Incluir alguna pregunta que atienda a la noción de solución
	Exhaustividad de las soluciones	Resolver ecuaciones que tengan infinitas soluciones o ninguna solución o preguntar por la cantidad de soluciones
	Resolución de ecuaciones como fin en sí mismo	Resolver ecuaciones como fin en sí mismo
	Resolución de ecuaciones para atender otra cuestión	Resolver ecuaciones para atender otra cuestión
	Lineales	Resolver ecuaciones lineales
	Cuadráticas	Resolver ecuaciones cuadráticas
	Polinómicas	Resolver ecuaciones polinómicas de grado mayor o igual que 3
	Homográficas	Resolver ecuaciones homográficas
	Racionales no homográficas	Resolver ecuaciones racionales no homográficas
	Con radicales	Resolver ecuaciones con radicales
	Con módulo	Resolver ecuaciones con módulo
	Utilizando cambio de variables	Resolver ecuaciones usando cambio de variables
	Alcance de técnicas de despejes	Resolver ecuaciones en las que se pone de manifiesto la insuficiencia de las técnicas usuales de despeje

Sistemas de ecuaciones	Resolución de sistemas por cualquier método	Resolver un sistema de ecuaciones sin especificar el método
	Resolución de sistemas por un método determinado	Resolver un sistema de ecuaciones indicando el método a usar
	Sistemas compatibles indeterminados e incompatibles	Resolver sistemas de ecuaciones con infinitas soluciones o ninguna solución
	Interpretación gráfica de los sistemas de ecuaciones	Hallar la intersección entre dos rectas y/o una recta y una parábola
	Planteo de sistemas de ecuaciones	Proponer un sistema de ecuaciones bajo condiciones
	Resolución de sistemas de tres ecuaciones con dos incógnitas	Resolver un sistema de ecuaciones de tres ecuaciones con dos incógnitas

Tabla 3:

Grilla con las sub-categorías correspondientes al tema Funciones

FUNCIONES		
Categ	**Sub-categoría**	**Indicadores**
Definición de función	Definición de función como un tipo de relación	Decidir si una relación es o no una función
	Definición de función como una terna	Definir a una función como una terna
	Determinación de dominio e imagen a partir de la fórmula	Dar dominio y/o imagen a partir de la función dada por una fórmula
	Determinación de dominio e imagen a partir del gráfico	Dar dominio y/o imagen a partir de la función dada por un gráfico
Formas de representación	Funciones dadas por fórmulas	Trabajar con funciones dadas por su fórmula
	Funciones dadas por gráficos	Trabajar con funciones dadas por su gráfico
	Funciones dadas por otra representación	Trabajar con funciones dadas por otra representación
Propiedades constitutivas	Lineales: cociente de incrementos constante	Usar el cociente de incrementos. Determinar puntos a partir de un punto y la pendiente
	Cuadráticas: Simetría y el tipo de crecimiento y decrecimiento	Determinar puntos usando la simetría. Trabajar sobre el crecimiento cerca y lejos del vértice
	Cuadráticas: Derivada segunda cero	Calcular los incrementos de los incrementos
Elementos característicos	Lineales: pendiente y ordenada al origen	Hallar la pendiente y/o la ordenada al origen a partir de datos
	Cuadráticas: vértice, eje de simetría	Hallar las coordenadas del vértice y/o la ecuación del eje de simetría a partir de datos

<table>
<tr><td rowspan="8">Formatos de su expresión analítica</td><td>Lineales: forma explícita</td><td>Estudiar la función a partir de la forma explícita de su expresión analítica</td></tr>
<tr><td>Lineales: otras formas</td><td>Estudiar la función a partir de la forma implícita o de la forma segmentaria o de la forma pendiente – punto de su expresión analítica</td></tr>
<tr><td>Obtención de la expresión analítica de una función lineal</td><td>Obtener la expresión analítica en alguna de sus formas</td></tr>
<tr><td>Cuadráticas: forma polinómica</td><td>Estudiar la función a partir de la forma polinómica de su expresión analítica</td></tr>
<tr><td>Cuadráticas: forma canónica</td><td>Estudiar la función a partir de la forma canónica de su expresión analítica</td></tr>
<tr><td>Cuadráticas: forma factorizada</td><td>Estudiar la función a partir de la forma factorizada de su expresión analítica</td></tr>
<tr><td>Pasaje de una forma a otra de la expresión analítica de una función cuadrática</td><td>Obtener la expresión analítica en una forma a partir de ser dada en otra</td></tr>
<tr><td>Obtención de la expresión analítica de una función cuadrática</td><td>Obtener la expresión analítica de la función cuadrática en alguna de sus formas</td></tr>
</table>

Tabla 4:

Grilla con las sub-categorías correspondientes al tema Actividad Matemática

<table>
<tr><th colspan="4">ACTIVIDAD MATEMÁTICA TRANSVERSAL</th></tr>
<tr><th>Categ</th><th colspan="2">Sub-categoría</th><th>Indicadores</th></tr>
<tr><td rowspan="11">Resolución de problemas</td><td colspan="2">Problemas contextualizados</td><td>Resolver problemas contextualizados</td></tr>
<tr><td colspan="2">Problemas descontextualizados</td><td>Resolver problemas descontextualizados</td></tr>
<tr><td colspan="2">Exploración</td><td>Contemplar en un problema una faz exploratoria</td></tr>
<tr><td colspan="2">Búsqueda de patrones o regularidades</td><td>Plantear una situación que propicie la búsqueda de regularidades</td></tr>
<tr><td colspan="2">Formulación de conjeturas</td><td>Pedir formular conjeturas</td></tr>
<tr><td rowspan="6">Heurísticas</td><td>Examinar casos particulares</td><td>Pedir examinar casos</td></tr>
<tr><td>Razonar por analogía</td><td>Sugerir el uso de un razonamiento análogo a otro anterior</td></tr>
<tr><td>Recurrir a teoría relacionada</td><td>Sugerir remitirse a teoría relacionada</td></tr>
<tr><td>Seleccionar una representación adecuada</td><td>Sugerir la realización de un dibujo o un gráfico
Reinterpretar el problema bajo una representación diferente</td></tr>
<tr><td>Modificar el problema</td><td>Reducir el problema a otro más sencillo
Dividir el problema en sub-problemas
Introducir un elemento auxiliar</td></tr>
<tr><td>Examinar la solución obtenida</td><td>Verificar usando casos particulares</td></tr>
<tr><td rowspan="3">Modelización</td><td colspan="2">Resolución de una situación bajo un modelo dado</td><td>Resolver una situación con el modelo ya dado</td></tr>
<tr><td colspan="2">Discusión sobre la elección del modelo</td><td>Discutir la elección o la pertinencia del modelo usado para resolver una situación</td></tr>
<tr><td colspan="2">Planteo de un modelo</td><td>Resolver proponiendo un modelo (el lineal, el proporcional directo, el cuadrático u otro)</td></tr>
</table>

Definición y caracterización de objetos matemáticos	Definición de un objeto matemático	Definir un objeto matemático o decidir si un enunciado es una definición
	Ejemplificación de una definición o propiedad	Dar ejemplos que satisfagan alguna definición o propiedad
	Establecimiento de la pertenencia de un objeto a una clase	Decidir si un objeto matemático satisface o no una definición
	Caracterización de un objeto matemático	Dar características de un objeto matemático
Conversión de registros	Verbal a simbólico	Convertir del registro verbal al simbólico
	Simbólico a verbal	Convertir del registro simbólico al verbal
	Simbólico a numérico	Convertir del simbólico al numérico
	Numérico a simbólico	Convertir del registro numérico al simbólico
	Numérico a verbal	Convertir del registro numérico al verbal
	Verbal a numérico	Convertir del registro verbal al numérico
	Gráfico a simbólico	Convertir del registro gráfico al simbólico
	Simbólico a gráfico	Convertir del registro simbólico al gráfico
	Gráfico a numérico	Convertir del registro gráfico al numérico
	Numérico a gráfico	Convertir del registro numérico al gráfico
	Gráfico a verbal	Convertir del registro gráfico al verbal
	Verbal a gráfico	Convertir del registro verbal al gráfico
Uso de las técnicas	Transformaciones de expresiones algebraicas o numéricas	Transformar a un número o a una expresión algebraica para resolver
	Tareas inversas	Plantear ecuaciones, expresiones algebraicas a partir de condiciones
	Uso de más de una técnica para una tarea	Usar más de una técnica para una misma tarea
Validación	Veracidad / falsedad de un enunciado con justificaciones simples	Justificar la veracidad o falsedad de un enunciado
	Justificaciones y explicaciones elaboradas	Justificar la veracidad de un enunciado de carácter universal con una respuesta elaborada. Explicar lo realizado
	Demostraciones	Realizar una demostración siguiendo un razonamiento de tipo analítico
	Generalizaciones inductivas	Realizar una generalización soportada sólo en la verificación de casos particulares
	Generalizaciones deductivas	Realizar una generalización y demostración a partir de una etapa inductiva previa

Precisiones sobre las categorías y sub-categorías

1) Las sub-categorías en las que se indica *como fin en sí mismo* se refieren a que la actividad se limita a la práctica de la técnica correspondiente. En las que se indica *para responder a otra cuestión* se hace alusión al caso en que la sub-categoría se necesita para resolver la actividad y que esto incluye más que la práctica de la técnica.

2) No se incluye el trabajo sobre la completitud de los reales debido a que es una temática específica del Análisis Matemático que no es abordada en estos cursos.

3) Con la representación de un racional o un irracional en la recta, se considera el caso en que se la realiza siguiendo un procedimiento que garantiza, teóricamente, su ubicación exacta.

4) Con los casos clásicos de factoreo se indican a los llamados factor común, factor común en grupos, trinomio cuadrado perfecto, cuatrinomio cubo perfecto, diferencia de cuadrados, divisibilidad de la suma o diferencia de potencias de igual grado por la suma o diferencia de sus bases.

5) Con las técnicas usuales de despeje en la resolución de ecuaciones se indican a las siguientes: *lo que está sumando pasa restando* y viceversa, *lo que está multiplicando pasa dividiendo* y viceversa, *las potencias pasan como raíces* y viceversa, atendiendo a las prioridades de las operaciones.

6) Veracidad / falsedad de enunciados con justificaciones simples: se incluye aquí los casos en que se requiere sólo una manipulación algebraica o no se requiere de una respuesta en lenguaje verbal y/o simbólico elaborado sino que alcanza con recurrir a algún resultado teórico, ejemplificar o contraejemplificar.

Control de la validez y fiabilidad del instrumento

La validez del instrumento, es decir, su pertinencia para conocer lo que se espera que realice el estudiante, se atiende mediante juicio de expertos. Para ello, se convoca a dos investigadores del campo de la Educación Matemática y docentes de Matemática del nivel educativo que aquí interesa, para que den su opinión acerca de su adecuación para los fines de la investigación. Para recabar su evaluación, se les proporciona el cuestionario que se muestra enseguida en la Tabla 5, acompañado de las grillas con las categorías, las sub-categorías, los indicadores y las precisiones sobre las sub-categorías, que se presentan con algunas ampliaciones, debido a que los especialistas no tienen acceso a este trabajo (ver carta en Anexo 3).

Tabla 5:

Grilla para la evaluación del instrumento por parte de los expertos

<table>
<tr><td></td><td colspan="5">Adecuación para el análisis de lo que se espera que realice un ingresante a la universidad, tras la realización de la instancia de ingreso</td></tr>
<tr><td></td><td>Muy Alta</td><td>Alta</td><td>Media</td><td>Baja</td><td>Muy Baja</td></tr>
<tr><td>Grilla de Números</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Grilla de Álgebra</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Grilla de Funciones</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Grilla de Actividad Matemática</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td colspan="6">¿Reformularía alguna de las sub-categorías o indicadores? En caso afirmativo, indicar la reformulación</td></tr>
<tr><td colspan="6">¿Agregaría alguna nueva sub-categoría o indicador? En caso afirmativo, indicarlas</td></tr>
<tr><td colspan="6">Otros comentarios</td></tr>
</table>

El juicio de los expertos se complementa con un intercambio del investigador con cada uno de ellos, para discutir las cuestiones que surjan de la evaluación realizada.

El control de la fiabilidad del instrumento, esto es, la correspondencia entre situaciones reales y datos en la matriz (Marradi, Archanti y Piovani, 2007), se contempla con otro especialista que aplica el instrumento a los materiales de Matemática. Para esto, se convoca a un docente con amplia experiencia en la enseñanza de la Matemática en el nivel superior, particularmente a nivel de ingreso universitario y con alguna experiencia en investigación, a quien se le facilita el instrumento y dos materiales de Matemática. Luego del llenado de las grillas por parte de los especialistas, se discuten las eventuales diferencias que surjan en un encuentro personal (Ver carta en Anexo 3).

Resultados del control de la validez

El juicio de expertos fue realizado por Mabel Rodríguez y María Eugenia Ángel

- Primera especialista: Mabel Rodríguez es doctora en Matemática, tiene categoría II en el Programa Nacional de Incentivos a Docentes Investigadores y desarrolla actividades de docencia, investigación y gestión en la Universidad Nacional de General Sarmiento, con el cargo de profesora asociada. Además, ha formado parte del equipo que diseñó el curso de ingreso a la universidad mencionada, ha sido coordinadora del mismo y dictado clases en él, así como también ha dictado clases en el curso de ingreso de otras universidades.

Su evaluación es la siguiente, que se muestra en la tabla 6:

Tabla 6:

Evaluación de la primera especialista

	Adecuación para el análisis de lo que se espera que realice un ingresante a la universidad				
	Muy Alta	Alta	Media	Baja	Muy Baja
Grilla de Números	X				
Grilla de Álgebra	X				
Grilla de Funciones	X				
Grilla de Actividad Matemática	X				
¿Reformularía alguna de las sub-categorías o indicadores? En caso afirmativo, indicar la reformulación					

Respecto de sistemas de ecuaciones, al mencionar como indicador *hallar la intersección entre dos rectas y/o una recta y una parábola* estimo que tal vez no sea suficiente para asegurar que el contenido *interpretación gráfica de sistemas* ha sido abordado. Considero que habría que redactarlo diferente, o bien dejar ese indicador y sumar otros. La fila correspondiente a *uso de las técnicas* incluye algunos puntos que están repetidos en otras celdas. No propongo quitarla, es sólo una observación y considero que el autor tendrá sus razones para necesitar volver a mencionar esos aspectos.
¿Agregaría alguna nueva sub-categorías o indicadores? En caso afirmativo, indicarla Incluiría analizar si los materiales atienden a la doble representación decimal de algunos racionales como el caso del 1,9999…. Habría que ver si es más apropiado como sub-categoría o como indicador, decisión que me parece pertinente que tome el autor.
Otros comentarios:

A partir de la instancia de conversación, se realizaron algunas mejoras a la redacción de algunas sub-categorías e indicadores y también se incluyó alguna más a la lista de precisiones de las sub-categorías. Además, se incluyó la sub-categoría Doble representación de ciertos números racionales. Respecto de la observación sobre la interpretación gráfica de los sistemas de ecuaciones, no se realizan modificaciones aunque el comentario se entiende pertinente. Se reconoce entonces que al hallar la intersección entre rectas o rectas y parábolas, se está contemplando, en alguna medida, la temática aunque de un modo implícito.

- Segunda especialista: María Eugenia Ángel es profesora de Matemática y magister en Metodología de la Investigación Científica y Técnica, tiene categoría II en el Programa Nacional de Incentivos a Docentes Investigadores y desarrolla actividades de docencia e investigación en la Universidad Nacional de La Matanza, con el cargo de profesora titular, entre otras instituciones. Además, es coordinadora en el CBC de la UBA y ha sido coordinadora del curso de ingreso en la Universidad de La Matanza, así como también ha dictado clases en ambos cursos.

Su evaluación es la siguiente y se muestra en la Tabla 7:

Tabla 7:

Evaluación de la segunda especialista

	Adecuación para el análisis de lo que se espera que realice un ingresante a la universidad				
	Muy Alta	Alta	Media	Baja	Muy Baja
Grilla de Números		X			
Grilla de Álgebra		X			
Grilla de Funciones		X			
Grilla de Actividad Matemática		X			
¿Reformularía alguna de las sub-categorías o indicadores? En caso afirmativo, indicar la reformulación					
¿Agregaría alguna nueva sub-categorías o indicadores? En caso afirmativo, indicarla - En ecuaciones y sistemas de ecuaciones: verificar las soluciones. - En sistemas de ecuación: resolver un sistema por distintos métodos y comparar. - En funciones: diferencia entre codominio e imagen. - En todas agregaría otra (que pudiera surgir del análisis del material de los distintos cursos)					
Otros comentarios: Considero que las grillas son una primera aproximación al problema de estudio, que no					

deben ser estáticas, es decir que al implementarlas puede haber alguna modificación. Faltaría la unificación y síntesis de las grillas en una para visualizar toda la información, es decir, para cada una de las categorías Números, Álgebra y Funciones, debería figurar la actividad matemática transversal. Calculo que se hará con el análisis del material.

La consideración acerca de que las grillas estén sujetas a modificaciones al ser implementadas estuvo contemplada en el diseño, ya que fueron realizadas luego de una lectura de los materiales de Matemática como se mencionó oportunamente, sólo que no esto no fue informado a los expertos. Respecto de las tres sub-categorías propuestas, la comparación acerca de lo obtenido mediante un método u otro de resolución de sistemas de ecuaciones y la distinción entre codominio y conjunto imagen se observan como pertinentes pero muy finas para el análisis que aquí se persigue. Sí está contemplado que se proponga resolver a los sistemas de ecuaciones por distintos métodos. En cambio, la verificación de las soluciones de una ecuación merece una discusión aparte que se realiza enseguida.

Se entiende aquí que verificar la solución obtenida al resolver una ecuación refiere al hecho de sustituir en la ecuación original el valor (o valores) de la incógnita obtenido como solución, para ver si resulta una igualdad numérica. Esto puede realizarse cuando el conjunto solución es finito. Esta acción de verificación es complementaria al proceso de resolución, no siendo necesaria como parte del mismo y presenta limitaciones: con ella, no puede garantizarse que el conjunto solución sea el obtenido sino solamente que las soluciones halladas son elementos del conjunto solución de la ecuación. Esta limitación es lo que ha llevado a no incluirlo como una sub-categoría sino a entenderlo como subsumido (pero no identificado) en la sub-categoría *decidir si un número es o no solución de una ecuación*. Una idea de verificación más robusta sería, por ejemplo, ante una ecuación cuadrática que tenga dos soluciones reales, la comprobación de que ambos valores la verifican, sumando el argumento de que una ecuación cuadrática no puede tener más de dos soluciones (supuesto conocido este resultado). La distinción en los alcances de la idea de verificación que se otorgue desde la enseñanza, resultan imposibles de inferir a partir de los materiales de Matemática que son insumo de esta investigación. De todos modos, entendemos valioso el aporte realizado por la experta, debido a que ha dado lugar a una reflexión mayor a la que se había realizado al diseñar las grillas, acerca de su inclusión o no.

Resultados del control de la fiabilidad

El control de la fiabilidad fue realizado por Andrea Berman.

Andrea Berman es profesora de Matemática y Licenciada en Enseñanza de las Ciencias (con orientación en Didáctica de la Matemática). Tiene amplia experiencia en docencia en los niveles medio y superior, tiene experiencia en investigación acerca de temáticas relativas al ingreso a la universidad y es coautora de varios libros de Matemática dirigidos al nivel medio.

El llenado de las grillas presentó mínimas diferencias, las cuales fueron discutidas en una reunión personal. Las mismas tuvieron que ver con la acepción del término problema y con la interpretación en la formulación de algunos de los indicadores de las sub-categorías. Debido a esto último, se realizaron algunas modificaciones en las grillas y en las precisiones sobre las sub-categorías.

Versión definitiva de las categorías y sub-categorías para caracterizar el perfil mayoritario

En las tablas siguientes se muestran las versiones finales de las grillas.

Tabla 8:

Grilla definitiva correspondiente al tema Números

NÚMEROS		
Categ	**Sub-categoría**	**Indicadores**
Noción de número	Clasificación de números	Clasificar números en racionales y irracionales Reconocer si un número es racional o si es irracional
	Clasificación de racionales	Decidir si una fracción es entera, si es menor o mayor que 1 Decidir si una fracción es un decimal periódico o finito
	Noción de racional como parte o porcentaje de un todo	Nombrar o hallar partes o porcentajes de un total
	Representación en la recta de los racionales	Representar un racional dado en cualquiera de sus formas o reconocerlo dada su representación en la recta
	Noción de número irracional.	Reconocer el tipo de desarrollo decimal de un irracional o, eventualmente, diferenciarlo del de un número racional. Proponer números irracionales
	Representación en la recta de los irracionales	Representar un irracional o reconocerlo dada su representación en la recta
Propiedades de los conjuntos numéricos	Orden	Ordenar o comparar números. Dar un intervalo que contenga a un número
	Densidad en racionales e irracionales	Buscar números entre dos dados Probar la existencia de números entre dos dados
Formas de representación	Fraccionaria, para los racionales	Trabajo con los racionales expresados como fracciones
	Decimal, para los racionales	Trabajo con los racionales expresados como decimales
	Doble representación decimal de algunos racionales	Trabajo sobre la doble representación decimal de los números con expresión decimal finita
	Notación científica, para los racionales	Trabajo con los racionales expresados en notación científica
	No decimal, para los irracionales	Trabajo con los irracionales en forma no decimal
	Decimal, para los irracionales	Trabajo con los irracionales en forma decimal
	Pasaje de una forma a otra	Expresar a un número en forma distinta a la dada
	Uso conveniente de una representación u otra	Usar una forma u otra según resulte conveniente
	Doble representación decimal de algunos racionales	Reconocer la doble representación decimal que tienen algunos números racionales
Aproximaciones / Estimaciones	Estimaciones	Realizar estimaciones
	Expresiones decimales aproximadas para responder como fin en sí mismo	Realizar aproximaciones o estimaciones como fin en sí mismo
	Expresiones decimales aproximadas para responder a otra cuestión	Realizar aproximaciones o estimaciones para responder a otra cuestión

Operaciones	Cálculo en $\mathbb{Q}$	Resolver operaciones con racionales
	Cálculo en $\mathbb{R}$-$\mathbb{Q}$, sin combinar operaciones	Resolver operaciones con irracionales sin combinar operaciones
	Cálculo combinado con irracionales (y, quizás, racionales)	Resolver operaciones combinadas, incluyendo irracionales
	Racionalización de denominadores como fin en sí mismo	Racionalizar números
	Racionalización de denominadores para responder a otra cuestión	Racionalizar números
	Ley de cierre	Decidir si vale la ley de cierre de una operación en racionales o irracionales
	Aplicación individual de otras propiedades (distributivas, de la potenciación, de la radicación, etc.)	Realizar cálculos que requieren aplicar una única propiedad
	Aplicación integrada de otras propiedades (distributivas, de la potenciación, de la radicación, etc.)	Realizar cálculos que requieren aplicar varias propiedades

Tabla 9:

Grilla definitiva correspondiente al tema Álgebra

ÁLGEBRA		
Categ	**Sub-categoría**	**Indicadores**
Uso del literal	Como incógnita	Manipular al literal en su función de incógnita
	Como variable	Manipular al literal en su función de variable
	Como indeterminada	Manipular al literal en su función de indeterminada
	Como número general	Manipular al literal en su función de número general
	Como parámetro	Manipular al literal en su función de parámetro
Expresiones Algebraicas	Campo de definición	Contemplar las restricciones a los literales que intervienen en las expresiones
	Valor numérico de una expresión algebraica	Obtener el valor numérico de una expresión
Expresiones Algebraicas - Operatoria	Operaciones con polinomios	Realizar operaciones con polinomios
	Operaciones con fracciones algebraicas sin factorización	Realizar operaciones con expresiones algebraicas sin factorizaciones
	Operaciones con fracciones algebraicas con factorización	Realizar operaciones con expresiones algebraicas con factorizaciones
	Operatoria con expresiones algebraicas para atender a otra cuestión	Realizar operaciones con expresiones algebraicas
	Operatoria con expresiones algebraicas como fin en sí mismo	Realizar operaciones con expresiones algebraicas
Factorización de polinomios	Casos clásicos	Factorizar polinomios, siendo suficientes los casos clásicos
	Algoritmo de división	Factorizar polinomios con uso del algoritmo de la división
	Factorización de polinomios como fin en sí mismo	Factorizar polinomios
	Factorización de polinomios para atender a otra cuestión	Factorizar polinomios

Ecuaciones	Noción de solución	Decidir si un número es o no solución de una ecuación. Incluir alguna pregunta que atienda a la noción de solución
	Exhaustividad de las soluciones	Resolver ecuaciones que tengan infinitas soluciones o ninguna solución o preguntar si se han obtenido todas las soluciones
	Resolución de ecuaciones como fin en sí mismo	Resolver ecuaciones como fin en sí mismo
	Resolución de ecuaciones para atender otra cuestión	Resolver ecuaciones para atender otra cuestión
	Lineales	Resolver ecuaciones lineales
	Cuadráticas	Resolver ecuaciones cuadráticas
	Polinómicas	Resolver ecuaciones polinómicas de grado mayor o igual que 3
	Homográficas	Resolver ecuaciones homográficas
	Racionales no homográficas	Resolver ecuaciones racionales no homográficas
	Con radicales	Resolver ecuaciones con radicales
	Con módulo	Resolver ecuaciones con módulo
	Utilizando cambio de variables	Resolver ecuaciones usando cambio de variables
	Alcance de técnicas de despejes	Resolver ecuaciones en las que se pone de manifiesto la insuficiencia de las técnicas usuales de despeje
Sistemas de ecuaciones	Resolución de sistemas por cualquier método	Resolver un sistema de ecuaciones sin especificar el método
	Resolución de sistemas por un método determinado	Resolver un sistema de ecuaciones indicando el método a usar
	Sistemas compatibles indeterminados e incompatibles	Resolver sistemas de ecuaciones con infinitas soluciones o ninguna solución
	Interpretación gráfica de los sistemas de ecuaciones	Interpretar gráficamente un sistema de ecuaciones dado. Hallar la intersección entre dos rectas y/o una recta y una parábola
	Planteo de sistemas de ecuaciones	Proponer un sistema de ecuaciones bajo condiciones
	Resolución de sistemas de tres ecuaciones con dos incógnitas	Resolver un sistema de ecuaciones de tres ecuaciones con dos incógnitas

Tabla 10:

Grilla definitiva correspondiente al tema Funciones

FUNCIONES		
Categ	**Sub-categoría**	**Indicadores**
Definición de función	Definición de función como un tipo de relación	Decidir si una relación es o no una función
	Definición de función como una terna	Definir a una función como una terna
	Determinación de dominio e imagen a partir de la fórmula	Dar dominio y/o imagen a partir de la función dada por una fórmula
	Determinación de dominio e imagen a partir del gráfico	Dar dominio y/o imagen a partir de la función dada por un gráfico
Formas de representación	Funciones dadas por fórmulas	Trabajar con funciones dadas por su fórmula
	Funciones dadas por gráficos	Trabajar con funciones dadas por su gráfico
	Funciones dadas por otra representación	Trabajar con funciones dadas por otra representación

Propiedades constitutivas	Lineales: cociente de incrementos constante	Usar el cociente de incrementos. Determinar puntos a partir de un punto y la pendiente
	Cuadráticas: Simetría y el tipo de crecimiento y decrecimiento	Determinar puntos usando la simetría. Trabajar sobre el crecimiento cerca y lejos del vértice
	Cuadráticas: Derivada segunda cero	Calcular los incrementos de los incrementos
Elementos característicos	Lineales: pendiente y ordenada al origen	Hallar la pendiente y/o la ordenada al origen a partir de datos
	Cuadráticas: vértice, eje de simetría	Hallar las coordenadas del vértice y/o la ecuación del eje de simetría a partir de datos
Formatos de su expresión analítica	Lineales: forma explícita	Trabajar con la función a partir de la forma explícita de su expresión analítica
	Lineales: otras formas	Trabajar con la función a partir de la forma implícita o de la forma segmentaria o de la forma pendiente – punto de su expresión analítica
	Obtención de la expresión analítica de una función lineal	Obtener la expresión analítica en alguna de sus formas
	Cuadráticas: forma polinómica	Trabajar con la función a partir de la forma polinómica de su expresión analítica
	Cuadráticas: forma canónica	Trabajar con la función a partir de la forma canónica de su expresión analítica
	Cuadráticas: forma factorizada	Trabajar con la función a partir de la forma factorizada de su expresión analítica
	Pasaje de una forma a otra de la expresión analítica de una función cuadrática	Obtener la expresión analítica en una forma a partir de ser dada en otra
	Obtención de la expresión analítica de una función cuadrática	Obtener la expresión analítica de la función cuadrática en alguna de sus formas

Tabla 11:

Grilla definitiva correspondiente al tema Actividad Matemática

ACTIVIDAD MATEMÁTICA TRANSVERSAL			
Categ	**Sub-categoría**		**Indicadores**
Resolución de problemas	Problemas contextualizados		Resolver problemas contextualizados
	Problemas descontextualizados		Resolver problemas descontextualizados
	Exploración		Contemplar en un problema una faz exploratoria
	Búsqueda de patrones o regularidades		Plantear una situación que propicie la búsqueda de regularidades
	Formulación de conjeturas		Pedir formular conjeturas
	Heurísticas	Examinar casos particulares	Pedir examinar casos
		Razonar por analogía	Sugerir el uso de un razonamiento análogo a otro anterior
		Recurrir a teoría relacionada	Sugerir remitirse a teoría relacionada
		Seleccionar una representación adecuada	Sugerir la realización de un dibujo o un gráfico Reinterpretar el problema bajo una representación diferente
		Modificar el problema	Reducir el problema a otro más sencillo Dividir el problema en sub-problemas Introducir un elemento auxiliar

	Examinar la solución obtenida	Verificar usando casos particulares
Modelización	Resolución de una situación bajo un modelo dado	Resolver una situación con el modelo ya dado
	Discusión sobre la elección del modelo	Discutir la elección o la pertinencia del modelo usado para resolver una situación
	Planteo de un modelo	Resolver proponiendo un modelo (el lineal, el proporcional directo, el cuadrático u otro)
Definición y caracterización de objetos matemáticos	Definición de un objeto matemático	Definir un objeto matemático o decidir si un enunciado dado puede funcionar como una definición de un cierto objeto matemático
	Ejemplificación de una definición o propiedad	Dar ejemplos que satisfagan alguna definición o propiedad
	Establecimiento de la pertenencia de un objeto a una clase	Decidir si un objeto matemático satisface o no una definición
	Caracterización de un objeto matemático	Dar algunas características de un objeto matemático Dar un conjunto de características que caracterizan a un objeto matemático
Conversión de registros	Verbal a simbólico	Convertir del registro verbal al simbólico
	Simbólico a verbal	Convertir del registro simbólico al verbal
	Simbólico a numérico	Convertir del simbólico al numérico
	Numérico a simbólico	Convertir del registro numérico al simbólico
	Numérico a verbal	Convertir del registro numérico al verbal
	Verbal a numérico	Convertir del registro verbal al numérico
	Gráfico a simbólico	Convertir del registro gráfico al simbólico
	Simbólico a gráfico	Convertir del registro simbólico al gráfico
	Gráfico a numérico	Convertir del registro gráfico al numérico
	Numérico a gráfico	Convertir del registro numérico al gráfico
	Gráfico a verbal	Convertir del registro gráfico al verbal
	Verbal a gráfico	Convertir del registro verbal al gráfico
Uso de las técnicas	Transformaciones de expresiones algebraicas o numéricas	Transformar a un número o a una expresión algebraica para resolver
	Tareas inversas	Plantear ecuaciones, expresiones algebraicas a partir de condiciones
	Uso de más de una técnica para una tarea	Usar más de una técnica para una misma tarea
Validación	Veracidad / falsedad de un enunciado con justificaciones simples	Justificar la veracidad o falsedad de un enunciado
	Justificaciones y explicaciones elaboradas	Justificar la veracidad de un enunciado con una respuesta elaborada. Explicar lo realizado
	Demostraciones	Realizar una demostración siguiendo un razonamiento de tipo analítico
	Generalizaciones inductivas	Realizar una generalización soportada sólo en la verificación de casos particulares
	Generalizaciones deductivas	Realizar una generalización y demostración a partir de una etapa inductiva previa

Versión definitiva sobre las precisiones sobre las categorías y sub-categorías

1) Las sub-categorías en las que se indica *como fin en sí mismo* se refieren a que la actividad se limita a la práctica de la técnica correspondiente. En las que se indica *para responder a otra cuestión* se hace alusión al caso en que la sub-categoría se necesita para resolver la actividad y que esto incluye más que la práctica de la técnica.

2) No se incluye el trabajo sobre la completitud de los reales debido a que es una temática específica del Análisis Matemático que no es abordada en estos cursos.

3) Con la representación de un racional o un irracional en la recta, se considera el caso en que se la realiza siguiendo un procedimiento que garantiza, teóricamente, su ubicación exacta.

4) Con los casos clásicos de factoreo se indican a los llamados factor común, factor común en grupos, trinomio cuadrado perfecto, cuatrinomio cubo perfecto, diferencia de cuadrados, divisibilidad de la suma o diferencia de potencias de igual grado por la suma o diferencia de sus bases.

5) Con las técnicas usuales de despeje en la resolución de ecuaciones se indican a las siguientes: *lo que está sumando pasa restando* y viceversa, *lo que está multiplicando pasa dividiendo* y viceversa, *las potencias pasan como raíces* y viceversa, atendiendo a las prioridades de las operaciones.

6) En la sub-categoría Interpretación gráfica de los sistemas de ecuaciones se incluye también el caso en que se pide hallar la intersección de dos objetos geométricos aún cuando no quede explicitado el sistema de ecuaciones.

7) Veracidad / falsedad de enunciados con justificaciones simples: se incluye aquí los casos en que se requiere sólo una manipulación algebraica o no se requiere de una respuesta en lenguaje verbal y/o simbólico elaborado sino que alcanza con recurrir a algún resultado teórico, ejemplificar o contraejemplificar.

8) La noción de problema utilizada para Resolución de Problemas es la de la escuela anglosajona (autores de referencia: Polya, Schoenfeld, etc.).

Diseño del Instrumento para Caracterizar el Perfil Propuesto en Matemática del CBC de la UBA

La UBA, la universidad más grande del sistema universitario estatal, capta al 23 % de los estudiantes de las universidades nacionales (SPU Anuario 2010). La gran proporción y cantidad de estudiantes que reúne esta universidad, motiva el estudio en profundidad de este caso.

Esta mega-universidad ha propuesto desde 1985 un mecanismo singular para el acceso a sus carreras: el Ciclo Básico Común. En este ciclo, de un año de duración, funciona con una estructura académica y administrativa independiente de las facultades que componen la UBA. Se dicta en varias sedes, varias de ellas fuera del ámbito de las facultades de la UBA.

El CBC no es un curso de ingreso sino que está diseñado como el primer año de cada una de las carreras y el acceso a él solo requiere la titulación en el nivel medio. Así, la UBA logró cumplir con la política de ingreso irrestricto, sin desbordar la capacidad de sus distintas facultades. Esto le otorga una clara especificidad y distinción respecto del resto de las universidades nacionales.

El CBC tiene seis materias, dos que son comunes a todas las carreras, Introducción al Conocimiento Científico e Introducción al Conocimiento de la Sociedad y el Estado y otras que tienen más o menos especificidad con la carrera de grado. Las asignaturas del campo de la Matemática en el CBC han sufrido diversas modificaciones, tanto en cuanto a cuáles se dictan como en cuanto a sus contenidos, pero ya desde hace varios años que se ha estabilizado. Por un lado está la asignatura Matemática, destinada a carreras afines y no afines a la disciplina y, por el otro, las asignaturas Análisis Matemático y Álgebra, que se dirigen a las carreras de Ingeniería y de Ciencias Exactas y Naturales. Pero también dentro de la UBA está el caso de la Facultad de Ciencias Económicas cuyo mecanismo de acceso no es el CBC sino el Ciclo General, de dos años de duración, y que en el primer año tiene a las asignaturas, Análisis Matemático y Álgebra.

Con más precisión, según la página web del Ciclo Básico Común (Ciclo Básico Común de la Universidad de Buenos Aires, 2012), la asignatura Matemática está destinada a las carreras de las facultades siguientes: Facultad de Agronomía (Agronomía y Ciencias Ambientales), Facultad de Arquitectura y Urbanismo (todas las carreras), Facultad de Ciencias Exactas y Naturales (Biología), Facultad de Ciencias Veterinarias (todas las carreras), Facultad de Farmacia y Bioquímica (todas las carreras), Facultad de Filosofía: (Filosofía, es optativa), Facultad de Medicina (todas las carreras, excepto Enfermería Universitaria y Licenciatura en Enfermería, siendo optativa para esta última), Facultad de Odontología (todas las carreras) y Facultad de Psicología (todas las carreras).

Por su parte, las carreras que dictan la Facultad de Ingeniería y la Facultad de Ciencias Exactas y Naturales tienen dos asignaturas: Análisis y Álgebra, que están destinadas a: Facultad de Ingeniería (todas las carreras), Facultad de Ciencias Exactas y Naturales (todas las carreras, excepto Biología) y Facultad de Agronomía (sólo la carrera de Economía y Administración Agrarias)

En el Ciclo General de la Facultad de Ciencias Económicas los estudiantes deben cursar Análisis y Álgebra, que son distintas de las otras dos asignaturas homónimas mencionadas.

El análisis que se realiza aquí se limita a la asignatura Matemática, por dos motivos. La mayoría de los estudiantes que debe realizar asignaturas del área, debe cursar Matemática. Para tener alguna estimación de esto, tomando el censo estudiantil de la UBA de 2011 (Censo de estudiantes 2011. Resultados finales, 2012), del total de la población estudiantil que realiza carreras que tienen materias del área de Matemática en el CBC, el 61 % corresponde a carreras que tienen la asignatura Matemática[18]. El otro motivo es que en las asignaturas Análisis y Álgebra las temáticas que aquí se consideran se desarrollan de manera bastante escueta, centrándose en temas más avanzados.

Al no ser el CBC un curso de ingreso, todas las materias que integran los cursos de la UBA contienen algunos temas que no son de los que se han observado como más frecuentes en la Matemática del Ciclo de Inicio a los Estudios Superiores y que habitualmente se los enseña con posterioridad a los que interesan aquí (por ejemplo, en Matemática, derivadas e integrales).

En la actualización de los materiales de Matemática realizada en 2012, se encontró que el material de la asignatura Matemática ha sufrido algunas modificaciones. Tras una primera lectura, puede decirse que estos cambios son muchos en cantidad pero no son sustantivos. El hecho de que el material haya sido modificado es una expresión de lo observado a lo largo de los distintos momentos en que se realizó la búsqueda de los materiales: las propuestas de enseñanza en la Matemática del Ciclo de Inicio a los Estudios Universitarios son poco estables. Esto ya es ha visto en cuanto a la modalidad de cursado y duración de los cursos.

La caracterización del perfil propuesto en Matemática del CBC se realiza a partir de:

a) el nuevo material de Matemática;

b) las prescripciones de las Guías Docentes;

c) la entrevista a coordinadores del curso de Matemática del CBC

a) el nuevo material de Matemática

A este material se le aplica el instrumento utilizado para el conjunto de todos los cursos pero ya no sólo considerando su presencia sino cuantificando su manifestación, cuando esto resulte relevante para el análisis, y describiendo la forma en que las distintas sub-categorías se presentan. El análisis se enriquece con elementos asociados a la TAD como los indicadores de incompletitud de las organizaciones matemáticas, desarrollados en el capítulo 2. Además, se realiza un análisis aparte de las diferencias entre el material de Matemática y el anterior, utilizado al estudiar el perfil mayoritario.

b) las prescripciones de las Guías Docentes

Este material lo facilita la coordinación a los docentes para la organización de las clases. Se trabaja aquí bajo el supuesto que las cuestiones en las que se hace hincapié en la Guía Docente, son privilegiadas por la propuesta.

c) la entrevista a coordinadores del curso de Matemática del CBC

Se completa el análisis del perfil propuesto con la entrevista a actores principales en el nivel de programación de la propuesta didáctica. Para ello, se eligen a dos de los coordinadores del curso de Matemática del CBC que reunieran las siguientes características: formar parte del equipo responsable del diseño del curso, ser co-autor del material que se brinda a los estudiantes (el que se utiliza en esta investigación) y que ser uno de los coordinadores del área de Matemática del CBC.

En las entrevistas, se pretende indagar sobre:

- qué es lo que un estudiante deber saber de Matemática al terminar el curso.

La información obtenida permitirá cruzarla con lo obtenido en el análisis de las guías prácticas.

- qué cambios se han realizado en el material y qué relación tienen éstos con lo que se espera que un estudiante aprenda en el curso.

La descripción de los cambios por parte del entrevistado permitirá cruzar esta información con lo observado al analizar el material y saber si esos cambios tienen que ver con los objetivos de aprendizaje propuestos. En caso de que los cambios no estuvieran asociados a los objetivos del curso, se indagará sobre el motivo de los mismos. Si el entrevistado no reconociera ciertos cambios significativos detectados en el análisis de las guías prácticas (haber dejado el trabajo con los irracionales e incluir varios ejercicios que involucran parámetros), se preguntará explícitamente por ellos.

Las entrevistas son personales (cara a cara), individuales y del tipo semi-estructurada (Marradi, Archanti y Piovani, 2007). Su guión orientativo es el siguiente:

Guión orientativo de la entrevista:

- En la guía práctica de Matemática en 2012 se realizaron modificaciones ¿En qué consistieron los cambios propuestos?

- Los cambios realizados, ¿son una expresión de que también ha variado lo que se espera que los estudiantes aprendan?

(si contesta que sí) ¿Qué cambios hubo en lo que se pretende que aprendan?

(si contesta que no) ¿Por qué se realizaron cambios en el material?

- (si no explicitó la eliminación de los irracionales) Se observa que en el material nuevo, el tratamiento de lo numérico se ha reducido. En particular, ya no aparecen ejercicios con números irracionales, pese a que los temas siguientes son trabajados en el campo de los reales. ¿Qué explicación hay para este cambio?

Si no aparece alguna alusión a modificaciones en los objetivos de aprendizaje, se preguntará: ¿se vincula con un cambio en lo que se espera que los estudiantes aprendan en el curso?

- (si no explicitó el aumento de ejercitación que contienen parámetros) En el material anterior había pocos ejercicios que incluyeran el trabajo con parámetros. Ahora se han incluido una cantidad importante de ejercicios que contienen parámetros. ¿A qué obedece este cambio?

Si no aparece alguna alusión a modificaciones en los objetivos de aprendizaje, se preguntará: ¿se vincula con lo que se espera que los estudiantes aprendan en el curso?

-¿Cuáles son los conocimientos que se pretende que estudiante tenga al finalizar el curso de Matemática?

¿Qué se espera que sepa hacer de Matemática el estudiante al terminar el curso?

Si las respuestas no tienen la precisión deseada, se preguntará: ¿Qué cuestiones comprende … (la categoría involucrada)?

CAPÍTULO 4: RESULTADOS

PERFIL MATEMÁTICO PROPUESTO EN EL INGRESANTE AL GRADO

PRIMERA ETAPA: LOS CURSOS DE MATEMÁTICA EN EL INGRESO

Como producto del relevamiento de cursos de Matemática realizado, se obtuvieron datos organizacionales de 129 cursos que tienen Matemática entre los espacios que lo componen.

El número de cursos de Matemática supera ampliamente a la cantidad de universidades y se explica en el hecho de que facultades de una misma universidad que tiene Matemática en el ingreso proponen materias diferentes. A esta realidad, escapan –en parte– las universidades nuevas y otras pocas más.

Vale destacar que de unos pocos lugares no se obtuvo información alguna. Por el tipo de carreras que estas universidades o facultades ofrecen, la estimación sobre cursos posiblemente existentes pero no relevados es de a lo sumo un 10 %, con lo que el muestreo realizado es amplio para los propósitos de la exploración acerca de los aspectos organizacionales. Es importante destacar la dinámica que se ha observado en la entidad de estos cursos: a lo largo del período en que se realizó la búsqueda, en variantes y modificaciones en la oferta que realizan las universidades y sus facultades.

La Tabla 12 muestra cómo se distribuyen los 129 cursos de Matemática en las distintas universidades

Tabla 12:

Cursos de Matemática por universidad

Universidad	**Cantidad de cursos de Matemática**
Buenos Aires	3
Catamarca	7
Centro de la Provincia de Buenos Aires	4
Chaco Austral	1
Comahue	1
Córdoba	5
Cuyo	4
Entre Ríos	2
Gral. San Martín	2
Gral. Sarmiento	1
Jujuy	1
La Matanza	3
La Pampa	3
La Plata	9
Litoral	1
Lomas de Zamora	2
Luján	1
Mar del Plata	5
Misiones	2
Nordeste	5
Noroeste de la Provincia de Buenos Aires	1
Patagonia San Juan Bosco	1
Quilmes	2
Río Cuarto	4
Río Negro	1
Rosario	5
Salta	3
San Juan	5
San Luis	1
Santiago del Estero	4
Sur	1
Tecnológica	31
Tres de Febrero	2
Tucumán	4
Villa María	2
Total	**129**

Los destinatarios

Una de las dimensiones organizacionales que se pretende indagar es la correspondiente a los destinatarios de los cursos de Matemática, lo que equivale a conocer las carreras a las cuales está dirigido. De acuerdo con el criterio explicado en el capítulo anterior, los cursos de Matemática se distribuyen de la manera indicada en la Tabla 13.

Tabla 13:

Distribución de los cursos de Matemática según destinatarios

Universal	Orientado a Exactas – Ingeniería	Orientado a carreras afines	Orientado a carreras no afines	Orientado a carreras varias
2 (2 %)	65 (50 %)	49 (38 %)	10 (8 %)	3 (2 %)

De la distribución expuesta se desprende que en el conjunto analizado, la existencia de Matemática como asignatura no sólo es fuerte en los campos más estrechamente ligados a la disciplina sino también en los afines, para los que la Matemática es una herramienta para conocimientos específicos de esas disciplinas. Rondan el 10 % los casos en que la Matemática aparece en otras situaciones. En particular sólo en dos cursos, Matemática es materia del ingreso para la totalidad de aspirantes a carreras de diversos campos.

Obligatoriedad o no de aprobación

Conocer si el curso de Matemática es de aprobación obligatoria o no para ingresar al grado es otra dimensión que se pretende analizar. La Tabla 14 muestra el resumen de los casos detectados en cada una de las categorías propuestas en el capítulo anterior.

Tabla 14:

Distribución de materias según exigencia de aprobación de Matemática

No eliminatorio	20 (18 %)
Ligada al grado	16 (14 %)
Eliminatorio	76 (68 %)
Sin datos	17

En dos interpretaciones polarizadas, puede decirse que en el 68 % de los casos, los ingresos que incluyen Matemática presentan restricciones (considerando sólo los eliminatorios) o también que esto ocurre en el 82 % (exceptuando sólo a los no eliminatorios).

Sin embargo, para comprender mejor la situación, es necesario considerar la particularidad del sistema universitario nacional que presenta unas pocas universidades que captan a una gran cantidad de alumnado. La más grande concentra al 23 % de los estudiantes, mientras que las tres más grandes, de un total de 40, reúnen al 39,3 % del alumnado (SPU, 2010). Si se limitara el análisis a estas ellas, se encontrarían todos los casos de acceso al grado sin curso de ingreso, a casi la mitad de los no eliminatorios y a sólo unos pocos de los eliminatorios. Sin duda, a esto se debe la imagen de ingreso irrestricto del sistema universitario argentino y que pone en evidencia la poca visibilidad que tienen las universidades más chicas en el concierto nacional.

Modalidad y duración

La modalidad y duración de los cursos de Matemática, otra de las dimensiones que se quiere conocer, presenta una diversidad notable. Hay cursos presenciales, semi-presenciales y a distancia; la duración va desde unas pocas clases hasta más de un semestre, abarcando todo el espectro y con cargas horarias muy disímiles. En varios casos, la aprobación de un examen exime del cursado de la asignatura. Es alto el número de universidades o facultades que ofrecen la cursada en más de una modalidad o también en más de una etapa o la replican durante el año en la misma o distinta modalidad. En muchos casos, esta variedad hace que no pueda anticiparse el recorrido del estudiante.

Cruce de dimensiones

Resulta de interés cruzar las dos primeras dimensiones analizadas en la búsqueda de algún tipo de relación entre ellas. En la Tabla 15 se muestra el cruce entre la distribución de cursos según la obligatoriedad de la aprobación del curso de Matemática y los destinatarios.

Tabla 15: Distribución de cursos de Matemática según destinatarios y obligatoriedad de aprobación

	No eliminatorio	Ligada al grado	Eliminatorio	Sin datos	Total
Orientado a Exactas e Ingeniería	8	6	46	5	65
Orientado a carreras afines	10	7	23	9	49
Orientado a carreras no afines	4	------	6	------	10
Orientado a carreras variadas	------	2	1	------	3
Universal	------	1	1	------	2
Total	22	16	77	14	129

La última tabla exhibe que la mayoría de los cursos de Matemática se inscriben en las categorías de eliminatorios orientados a las Ciencias Exactas e Ingeniería y al resto de las carreras afines; éstos reúnen al 60 % de los que se dispone de datos.

Es curioso que 31 de los 42 casos eliminatorios para Exactas e Ingeniería pertenecen a una de las universidades grandes cuyas carreras son del campo de la ingeniería. Sin esta universidad, los cursos orientados a las Ciencias Exactas y la Ingeniería se distribuyen de forma mucho más pareja en cuanto a las restricciones, quedando los eliminatorios concentrados en mucho mayor medida en los orientados a las carreras afines.

Los contenidos de enseñanza

La última dimensión que se propone analizar en este primer acercamiento al campo es la relativa a los contenidos de enseñanza, en la forma de grandes títulos. Mientras se observa una profunda diversidad en los tipos de cursos, modalidades, duración y destinatarios, los contenidos de enseñanza privilegiados presentan una homogeneidad destacable.

De acuerdo con la forma en que se distribuyen, hay 16 temas que pueden calificarse como los más usuales y que se muestran en la tabla 16, presentes en por lo menos el 50 % de los cursos analizados (los siguientes en el orden presentan una distancia considerable). Esos temas están ligados mayormente a tres grandes ejes: lo numérico, lo algebraico y las funciones elementales (ver listado completo en Anexo 2)

Tabla 16:

Contenidos presentes en más de la mitad de los cursos de Matemática

Contenido	**Porcentaje de cursos**
Operatoria con números reales y propiedades	92
Ecuaciones polinómicas	92
Función lineal / Recta	83
Operatoria c/ polinomios	77
Sistemas de ecuaciones	77
Factoreo de polinomios	74
Ecuaciones no polinómicas	74
Números reales y sus propiedades	72
Función cuadrática	71
Operatoria c/ expr.alg. racionales	69
Funciones polinómicas / Polinomios	65
Funciones	62
Función logarítmica / Logaritmos	59
Números racionales y sus propiedades	58
Trigonometría (triángulo rectángulo)	55
Inecuaciones lineales c/ 1 inc	54

Operaciones con números reales y sus propiedades es uno de los dos temas con más presencia (92 % de los cursos). Lo relativo a los conjuntos numéricos y sus propiedades, en cambio, aparece en menor medida (72 % para Números reales y sus propiedades y 58 % casos para Números racionales y sus propiedades). Con el título *Números reales y sus propiedades* se engloba el estudio de los números reales con presencia de los irracionales.

Comparte el primer lugar el tema *Ecuaciones polinómicas* (92 %). Abundan las ecuaciones descontextualizadas para resolver, mientras que tiene menor frecuencia la modelización mediante el Álgebra, casi siempre a partir de situaciones de un nivel apenas incipiente de modelización.

En los ejercicios propuestos para estas temáticas, las consignas *calcular* (operaciones entre números o expresiones algebraicas) y *resolver las siguientes ecuaciones* están generalizadas y ocupan un espacio central.

De lo señalado, se evidencia el privilegio de un tratamiento operacional de lo numérico y de lo algebraico.

El tratamiento de las funciones en general es otro tema de fuerte presencia en estas materias (62 %). Sin embargo, no se destaca la modelización ni el trabajo sobre las características distintivas de las llamadas funciones elementales, como el cociente constante de incrementos en las funciones lineales y la simetría en las funciones cuadráticas, sino que el énfasis está puesto en el estudio de sus expresiones algebraicas. Como ejemplos de actividades que ilustran este tipo de tratamiento pueden mencionarse: dar el dominio, obtener la ecuación de la recta o de la parábola, hallar la pendiente de la recta, el vértice y las raíces de la parábola, dar la ecuación en una forma u otra, graficar dada la ecuación, etc.

Bajo el nombre de *Funciones polinómicas o Polinomios* (65 %) se ha englobado tanto el tratamiento orientado al estudio de las funciones polinómicas como el centrado en el estudio algebraico del polinomio (generalidades y operaciones); pero son pocos los que incluyen un estudio funcional del tema, abonando solamente al dominio de lo operacional.

La factorización de polinomios es otro de los temas más comunes (74 %) pero pocos son los que estudian el asunto con alcances mayores a los clásicos casos de factoreo.

El contenido rotulado *Función logarítmica o logaritmos* supera ampliamente en presencia al contenido *Función exponencial* (59 % a 39 %); esto se debe a que en muchos casos el tratamiento no es funcional y se estudia a los logaritmos como una operación.

Pueden exhibirse otros dos indicadores más del privilegio de la operatoria. Uno es la diferencia entre los cursos que tratan a la *operatoria con expresiones algebraicas racionales* (69 %) por sobre las que tratan a las *funciones racionales* (15 %) y las *funciones homográficas* (8 %). El otro indicador es el tratamiento de los sistemas de ecuaciones. Está entre los primeros en la lista de presencias (77 %) y los cursos se reparten entre los que lo trabajan desde la intersección de gráficos de funciones u objetos geométricos o desde el planteo y la resolución de situaciones concretas, por un lado, y los que lo hacen sólo como operatoria algebraica, por el otro.

A partir de este predominio de la operatoria numérica y algebraica y del estudio de las funciones elementales cabe analizar cuáles son los cursos que no tratan estas cuestiones. Además de dos cursos que se centran en Lógica[19] y otro que se centra en la resolución de problemas y no en el desarrollo del temario que aquí se usa, lo numérico y lo algebraico es tema de tratamiento específico en todos los casos excepto en uno sólo: el curso de la facultad de Arquitectura de la Universidad Nacional de Mar del Plata que trata funciones y Geometría. El estudio de las funciones (en general o algunas de las llamadas elementales), también está generalizado, aunque en esto hay más excepciones. En estas temáticas, es interesante observar que son más los cursos que atienden a las funciones lineales y cuadráticas (83 % y 71 %) que a las funciones en general (62 %).

La distribución de los contenidos en los cursos pone de manifiesto que las ramas preponderantes son la Aritmética, el Álgebra y lo que suele llamarse Precálculo (estudios de las funciones elementales y Álgebra básica) y que las otras ramas del conocimiento matemático aparecen postergadas. Lo referido al ámbito de las Probabilidades y Estadística tiene presencia prácticamente nula y lo relativo a la Geometría, una presencia muy baja y casi exclusivamente dada por algunos aspectos de la Geometría plana. El Análisis Matemático sólo está presente en unos pocos casos, ya que se observa que lo enseñado se limita al Precálculo.

El campo disciplinar de la Lógica, cuyos temas no son de desarrollo generalizado en el nivel medio, es abordado en 13 cursos. En general se trabajan las proposiciones y los conectivos y suele ser escasa o nula la conexión con la Matemática. En uno de los cursos, la temática conforma la totalidad de la materia, aunque ésta se llama Eje Lógico-matemático y el vínculo entre la Lógica y la Matemática no va mucho más allá de ejemplos aislados.

El primer tema en la enseñanza de la Matemática de estos cursos iniciales es otro aspecto que interesa indagar debido a que, en cierta medida, es indicador de continuidades y rupturas con el nivel medio. Sólo una decena de casos parte con una temática que no corresponde a lo numérico. Los otros temas que se proponen como iniciales son Lógica, Conjuntos, Lenguaje de la Matemática, Funciones, Geometría plana y Trigonometría, Resolución de problemas y Cuestiones generales del aprendizaje en Matemática.

Se observa con claridad que el comienzo en cuanto a los contenidos es otro de los elementos que presenta un grado importante de homogeneidad y que se hace con temáticas de amplio tratamiento en el nivel medio.

Dentro del marco de esa homogeneidad observada, aparecen algunos cursos de Matemática que presentan características particulares como la existencia de dos materias del área en el conjunto de asignaturas para aspirantes a una determinada carrera o también un temario sustantivamente distinto al de la mayoría de lo hallado en el relevamiento. A continuación, se describen brevemente a esos casos.

- cursos de Matemática en que los estudiantes deben realizar dos materias:

- dos de ellos pertenecen a la Universidad de Buenos Aires y son el de las facultades de Ingeniería y de Ciencias Exactas y Naturales y el de la Facultad de Ciencias Económicas. Las asignaturas que deben cursarse son, respectivamente, Análisis Matemático y Álgebra. Corresponde señalar que los contenidos de las asignaturas con igual nombre son diferentes en un caso y otro. A propósito, otra distinción que tienen estos dos casos es que los contenidos de enseñanza son en gran parte distintos de los de la mayoría y específicos de esas ramas de la Matemática, como derivadas e integrales, espacios vectoriales y transformaciones lineales, etc.

- también es el caso de la Facultad de Ciencias Exactas de la Universidad de La Plata en el que todos los aspirantes cursan Matemática A pero los que siguen las carreras de Matemática y Física cursan Matemática A y Matemática B;

- otro curso de Matemática de la Universidad de Buenos Aires. Aquí, la materia Matemática está destinada a carreras afines de varias facultades y, junto con los otros dos cursos de la Universidad de Buenos Aires mencionados, son los únicos que desarrollan el estudio de límite, derivadas e integrales.

- el curso de Matemática de la Universidad Nacional de Luján. Este caso se distingue porque el espacio no se llama Matemática sino Taller de Análisis y Resolución de Problemas y no tiene énfasis en el temario que se dicta en el conjunto de las materias relevadas aquí.

- dos cursos de Matemática de dos de las universidades nuevas. El curso del Departamento de Ciencias Sociales de la Universidad Nacional de Quilmes, que se centra en contenidos de lógica de modo excluyente y el curso del Departamento de Humanidades y Ciencias Sociales de la Universidad Nacional de La Matanza, que combina temas de lógica y de matemática.

Centralmente, los contenidos de enseñanza con más presencia son los que más habitualmente se desarrollan en el nivel medio. En la Tabla 17 se muestran otros contenidos, de baja frecuencia en el relevamiento realizado y que pueden calificarse como menos frecuentes en la escuela media.

Tabla 17:

Contenidos de los cursos que son menos frecuentes en la escolaridad media

Contenido	Porcentaje
Funciones homográficas	8
Circunferencia	7
Combinatoria	7
Funciones irracionales	4
Nociones básicas de Geometría del espacio	4
Demostraciones de propiedades de números	4
Derivadas	4
Progresiones aritméticas y geométricas	3
Parábola, elipse e hipérbola	3
Sistemas de numeración	3
Límite	3
Integrales	3
Estadística descriptiva: generalidades	2
Lenguaje de la Matemática	2
Proporcionalidad en Geometría	1
Estadística Descriptiva: Medidas de posición y dispersión	1
Resolución de problemas	1

Si bien los temas señalados están incluidos tanto en textos escolares como en recomendaciones curriculares y pese a que no es objeto de este estudio conocer qué temáticas se enseñan efectivamente en las aulas de nivel medio, es muy posible que estos contenidos no estén entre los privilegiados en ese nivel de escolaridad. Si esto es así, los cursos de Matemática se muestran alineados con esta particularidad ya que tampoco en ellos son usuales.

Conclusiones

En lo que se ha desarrollado aquí en esta primera mirada al mundo de la Matemática del Ciclo de Inicio a los Estudios Universitarios aparecen algunas aristas destacadas. Los cursos de Matemática se muestran atomizados por facultad, heterogéneos en cuanto a la obligatoriedad o no de su aprobación (con marcada diferencia entre las universidades más grandes y el resto), sus destinatarios y su modalidad de cursado pero mucho más homogéneos al momento de decidir qué enseñar. Se observa un acuerdo implícito en los grandes temas de enseñanza. Queda abierta la posibilidad de estudiar quiénes y por qué deciden en cada institución las modalidades de los cursos y los espacios curriculares que los componen, cuáles son los criterios bajo los cuales se eligen los contenidos de enseñanza, así como también el cumplimiento de los propósitos de nivelación y preparación para los estudios universitarios.

Muchas universidades ofrecen un curso de ingreso con características comunes para todos los aspirantes, pero que se diferencia por las asignaturas que lo componen de acuerdo con las carreras a las que esté dirigida. Más aún, Matemática es en muchos casos asignatura del curso de ingreso de una universidad pero es distinto el curso que se da en unas carreras u otras. La abundancia de cursos diferentes por universidad, e incluso por facultad, es una muestra de que la enseñanza de las disciplinas del ingreso es inherente a cada unidad académica. Sin embargo, como pudo verse, se observa una coincidencia apreciable en cuanto a qué es lo que se enseña. Resultaría de interés avanzar en el conocimiento de los fundamentos de esta homogeneidad.

Subyace en el ámbito de la enseñanza de la Matemática la idea de que es necesario saber operar para poder realizar otro tipo de actividad matemática y que se adjudique a debilidades en la operatoria el fracaso de los estudiantes en el aprendizaje de la disciplina. Las temáticas tratadas en los cursos de ingreso y las formas en que se trabajan resultan fuertemente alineadas con lo señalado.

Sin embargo, es probable que no sea errado afirmar que los aspirantes a los estudios superiores hayan tenido en la escuela media una enseñanza de la Matemática centrada en sus aspectos técnicos, procedimientales y algorítmicos, destinando gran parte del tiempo a la operatoria numérica y algebraica descontextualizada y como fin en sí mismo, esto es, con un enfoque limitado. En este sentido, la enseñanza en el nivel superior parece ofrecer más de lo mismo, al menos en el ingreso.

La conexión entre la existencia de Matemática en el ingreso con la continuidad de Matemática en el grado y el tipo de tratamiento de los contenidos parece imprimirle un espíritu casi exclusivamente propedéutico, enseñándose una Matemática *para lo que viene después* y, además, abundante en contenido en relación con los tiempos invertidos. Este posicionamiento y estas limitaciones temporales acarrean inexorablemente una pérdida de riqueza en la Matemática que se enseña, favoreciendo en el estudiante una imagen y una práctica de una disciplina rígida formada por un amplio listado de términos, técnicas y procedimientos sin fundamentos ni utilidad intrínseca ni extrínseca.

SEGUNDA ETAPA: EL ESTUDIO DE LOS SABERES Y DE LA ACTIVIDAD MATEMÁTICA PROPUESTOS AL INGRESANTE

Uno de los objetivos de esta investigación es caracterizar el perfil propuesto mayoritario en el ingresante al grado. A partir de él, y en función de otro de los objetivos, se pretende ver si este perfil varía según el mecanismo de admisión en el que se inscribe el curso de Matemática y según las carreras a las que está destinado. Otro de los objetivos perseguidos aquí es dar una caracterización del perfil propuesto en Matemática del CBC de la universidad más grande del sistema nacional: la UBA. En los apartados siguientes se exponen ambas caracterizaciones.

PERFIL PROPUESTO MAYORITARIO

Al aplicar el instrumento para el estudio de los saberes y la actividad matemática a la muestra, se encontró que varias de las sub-categorías planteadas aparecen en muchos de los materiales de Matemática, así como hay varias otras que aparecen en pocos o muy pocos casos. Esto da sentido a la consideración de un perfil propuesto mayoritario, formado por las sub-categorías que aparecen con mayor frecuencia en los materiales de Matemática, cuyo detalle completo puede verse en el Anexo 4.

¿Cómo se determina aquí el perfil mayoritario? La idea de mayoritario está asociada a la de mayoría. Esta noción es parte de la jerga de las instituciones compuestas por órganos colegiados, entre otros ámbitos. Excepto para las llamadas mayorías especiales, la mayoría refiere a *más de la mitad* (de los miembros presentes o del total de integrantes, según la ocasión). Coherente con esto, un punto de corte propuesto para el porcentaje de manifestación de las sub-categorías que formarán parte del perfil mayoritario es el 50 %. No obstante, como se anticipó en el capítulo anterior, se pretende realizar un aporte más amplio que lo que comportaría analizar sólo ese caso. Por esto, se pretenden construir distintos perfiles mayoritarios, con carácter inclusivo. Por ejemplo, un perfil mayoritario realizado a partir de las sub-categorías presentes en por lo menos el 80% de los cursos; otro, con las que aparecen en por lo menos el 70% de los cursos; etc. Con esto, puede verse cómo va variando el perfil a medida que se reduce el porcentaje considerado. Para decidir hasta qué porcentajes considerar, se toma el 50%, por lo mencionado más arriba. Sin embargo, este criterio podría no ser apropiado para los intereses de esta investigación si condujera a situaciones extremas como la inclusión de sólo unas pocas sub-categorías o a casi todas. Por esto, se realiza a continuación una evaluación del criterio mencionado. En la Tabla 18, se muestran los porcentajes de ocurrencia de cada una de las sub-categorías, ordenados de menor a mayor y se indican en negrita los valores del 50 % o más.

Tabla 18:

Distribución de las sub-categorías, ordenadas de menor a mayor y redondeadas a un decimal

0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	1,5	1,5	2,6
3,0	3,0	3,0	3,0	3,0	3,0	3,0	3,0	4,5	4,5
6,0	6,0	6,0	6,0	6,0	6,0	7,5	7,5	7,5	7,5
7,5	7,5	7,5	9,0	9,0	9,0	10,4	11,9	11,9	11,9
11,9	11,9	14,9	16,4	17,9	17,9	17,9	19,4	19,4	20,9
20,9	20,9	20,9	20,9	22,4	22,4	23,9	23,9	23,9	23,9
25,4	25,4	26,9	28,4	28,4	29,9	29,9	29,9	29,9	31,3
32,8	32,8	34,3	37,3	37,3	38,8	38,8	38,8	40,3	41,8
41,8	43,3	43,3	43,3	47,8	47,8	49,3	**52,2**	**53,7**	**53,7**
55,2	**56,7**	**56,7**	**56,7**	**59,7**	**61,2**	**62,7**	**64,2**	**65,7**	**67,2**
67,2	**68,7**	**70,1**	**71,6**	**73,1**	**74,6**	**74,6**	**76,1**	**76,1**	**77,6**
77,6	**80,6**	**83,6**	**83,6**	**86,6**	**88,1**	**91,0**	**91,0**		

El punto de corte elegido, el 50 %, divide a la tira de 118 números casi exactamente en tres cuartas partes menor que él y una cuarta parte mayor, dejando a 31 sub-categorías, por encima del 50 %. A partir de esto, se juzga que el punto de corte es apropiado para los fines de la investigación, por los siguientes motivos:

- representa la idea de mayoría;

- no selecciona a un grupo demasiado reducido ni demasiado amplio, dando relevancia a la construcción utilizada de perfil propuesto mayoritario.

A partir de la determinación del punto de corte, en la Tabla 19 se muestran las sub-categorías que superan el 50%. En la primera columna se indica la temática de referencia (N: Números; A: Álgebra; F: Funciones; AM: Actividad Matemática).

Tabla 19:

Distribución de las sub-categorías con presencia mayor al 50%, redondeadas al entero más cercano

Tema	**Indicadores de las sub-categorías**	**%**
N	Racionales expresados como fracciones	91
A	Usar al literal como incógnita	91
A	Resolver ecuaciones como fin en sí mismo	88
A	Resolver ecuaciones lineales	87
N	Operaciones con racionales	84
A	Usar al literal como indeterminada	84
A	Realizar una operación entre expresiones algebraicas como fin en sí mismo	81
N	Cálculos que requieren aplicar una única propiedad	78
A	Resolver ecuaciones cuadráticas	78
AM	Pasaje registro verbal a simbólico	76
A	Factorizar polinomios con los casos clásicos	78
AM	Pasaje registro simbólico a gráfico	76
N	Cálculos que requieren aplicar varias propiedades	75
F	Trabajo con la forma explícita de la recta	73
N	Irracionales en forma no decimal	72
A	Resolver ecuaciones para responder a otra cuestión	70
A	Realizar operaciones con polinomios	69
A	Realizar operaciones con expresiones fraccionarias con factorización	67
A	Resolver sistemas por cualquier método	67
AM	Veracidad / falsedad de un enunciado, con justificación	66
F	Obtención de la ecuación de la recta a partir de datos	64
A	Factorizar polinomios como fin en sí mismo	63

F	Trabajo con la forma polinómica de la cuadrática	61
N	Racionales expresados como decimales	60
A	Resolver ecuaciones racionales no homográficas	57
A	Usar al literal como parámetro	57
F	Hallar la pendiente y la ordenada al origen de una recta a partir de datos	57
N	Ordenar números	55
N	Nombrar o hallar partes (o porcentajes) de un total	54
N	Operaciones con irracionales sin combinar	54
F	Hallar las coordenadas del vértice y/o la ecuación del eje de simetría de una parábola a partir de datos	52

Las sub-categorías que aparecen como privilegiadas por la enseñanza barren las cuatro temáticas analizadas, aunque con distinto peso.

Con todo lo anterior, se organiza el análisis del perfil propuesto mayoritario en cuatro grupos inclusivos:

- Perfil mayoritario 1: aquél construido a partir de la inclusión de las sub-categorías que aparecen en por lo menos el 80% de los materiales de Matemática

- Perfil mayoritario 2: aquél construido a partir de la inclusión de las sub-categorías que aparecen en por lo menos el 70% de los materiales de Matemática

- Perfil mayoritario 3: aquél construido a partir de la inclusión de las sub-categorías que aparecen en por lo menos el 60% de los materiales de Matemática

- Perfil mayoritario *a secas*: aquél construido a partir de la inclusión de las sub-categorías que aparecen en por lo menos el 50% de los materiales de Matemática.

A partir de la observación de la tabla 19, resulta evidente la no consideración de un perfil con el 90% o más de las sub-categorías, por las pocas sub-categorías que incluiría.

A continuación se realiza el análisis de los distintos grupos determinados.

Perfil mayoritario 1: (sub-categorías cuya manifestación es de por lo menos un 80 %)

Este grupo está conformado por asuntos que están centrados en la operatoria numérica y algebraica.

Del campo de lo numérico se contemplan sólo aspectos relativos a los racionales, particularmente a la operatoria con ellos, reduciéndolos a su forma de expresión fraccionaria. Esta elección supone trabajar en un universo muy restringido (las fracciones), favoreciéndose la identificación racional – fracción.

En lo algebraico, aparece el manejo de las técnicas de resolución de ecuaciones lineales con solución única y la operatoria con expresiones algebraicas. En ambos casos, el foco está en la práctica sobre los procedimientos que permiten resolver las operaciones o despejar la incógnita. Coherente con esto, el uso del literal propiciado es como incógnita y como indeterminada.

Las actividades más frecuentes que se observan en la muestra utilizada, son listas de ecuaciones para resolver y fracciones algebraicas para realizar operaciones con ellas, ambas como un fin en sí mismo, sin otra funcionalidad.

En la siguiente tabla se resumen las sub-categorías presentes en este perfil, acomodadas según la categoría a la que pertenecen.

Tabla 20:

Componentes del perfil mayoritario 1

Números	Formas de representación	Racionales expresados como fracciones
	Operaciones	Operaciones con racionales
Álgebra	Uso del literal	Usar al literal como incógnita
		Usar al literal como indeterminada
	Ecuaciones	Resolver ecuaciones como fin en sí mismo
		Resolver ecuaciones lineales
	Expresiones algebraicas - Operatoria	Realizar una operación entre expresiones algebraicas como fin en sí mismo

Perfil mayoritario 2: (sub-categorías cuya manifestación es de por lo menos un 70 %)

En lo numérico, el privilegio de lo operacional se manifiesta nuevamente con la inclusión de cálculos que requieren de la aplicación de propiedades (una o varias en forma integrada) tales como la distributiva, las de la potenciación, las de la radicación, etc. El universo de trabajo se amplía al incluirse a los irracionales en su forma no decimal; esto significa que ahora se trabaja con las fracciones, los radicales y, quizás, el número π. En este universo limitado, los números funcionan casi exclusivamente como objetos con los que se puede operar.

En Álgebra, además de las ecuaciones lineales, se incluyen las cuadráticas, aunque ahora adquieren funcionalidad ya que es necesario resolverlas para atender a otra cuestión. También se proponen los casos clásicos de factoreo. Al no aparecen su uso como práctica de las técnicas o como recurso para resolver otras cuestiones, esto significa que ambas formas están presentes, aunque ninguna de manera suficientemente frecuente.

El trabajo con la forma explícita de la ecuación de la recta es el único elemento relativo a las funciones y la actividad matemática transversal sólo está contemplada con la conversión del registro verbal al simbólico y del simbólico al gráfico.

Este grupo determina un perfil más amplio y variado que el anterior, dado por la ampliación del universo numérico, las propiedades de las operaciones, una funcionalidad para las ecuaciones y la aparición de las funciones lineales. Sin embargo, puede hablarse de un perfil limitado y pobre, ante la casi total ausencia de actividad matemática transversal y el privilegio de la operatoria por encima de cualquier otra cuestión.

Las actividades más frecuentes que se observan en los materiales son los ejercicios combinados y los ejercicios ad-hoc para la aplicación de las propiedades de las operaciones, esto es, los *ejercicios construidos* mencionados en el Capítulo 2. Las conversiones de registros están asociadas a tipos de actividades estereotipadas: expresar enunciados coloquiales en la forma de una ecuación y representar gráficamente rectas dadas por su ecuación explícita.

En la tabla que sigue se indican las sub-categorías presentes en este perfil, acomodadas según la categoría a la que pertenecen. En negrita y cursiva, se destacan las sub-categorías que se incorporan respecto del perfil mayoritario 1.

Tabla 21:

Componentes del perfil mayoritario 2

Números	Formas de representación	Racionales expresados como fracciones
		Irracionales en forma no decimal
	Operaciones	Operaciones con racionales
		Cálculos que requieren aplicar una única propiedad
		Cálculos que requieren aplicar varias propiedades
Álgebra	Uso del literal	Usar al literal como incógnita
		Usar al literal como indeterminada
	Ecuaciones	Resolver ecuaciones como fin en sí mismo
		Resolver ecuaciones para responder a otra cuestión
		Resolver ecuaciones lineales
		Resolver ecuaciones cuadráticas
	Factorización	***Factorizar polinomios con los casos clásicos***
	Expresiones algebraicas - Operatoria	Realizar una operación entre expresiones algebraicas como fin en sí mismo
Funciones	Formatos de la expresión analítica	***Trabajo con la forma explícita de la recta***
Actividad Matemática Transversal	Conversión de registros	***Verbal a simbólico***
		Simbólico a gráfico

Perfil mayoritario 3: (sub-categorías cuya manifestación es de por lo menos un 60 %)

En cuanto a lo numérico, se incorpora un elemento nuevo, sustantivo: la inclusión de los racionales como decimales. Así, el universo de trabajo incluye a los racionales en sus formas fraccionaria y decimal y a los irracionales en forma no decimal. Sin embargo, no aparece el pasaje entre ambas formas de expresión de los racionales, de lo que queda sugerido un tratamiento poco integrado entre ellas.

Las ampliaciones del perfil se producen mayormente en el campo de lo algebraico. Los polinomios, cuya presencia estaba dada únicamente por su factorización con casos clásicos, ahora se amplía: aparecen la operatoria con polinomios, la práctica de los procedimientos específicos de los casos clásicos de factoreo y la operatoria con fracciones algebraicas utilizando factorización. Es claro que estas nuevas componentes del perfil refuerzan el privilegio observado por la operatoria algebraica. Más aún, con la precisión que el factoreo es propuesto como práctica de las técnicas de sus distintos casos y no para resolver otras cuestiones.

El trabajo con los polinomios y las fracciones algebraicas se ve limitado, ya que son vistos como objetos con los que parece que solo es posible operar. En cuanto a las ecuaciones, se incorpora la resolución de sistemas de ecuaciones por cualquier método, lo que constituye otro elemento del campo de la operatoria.

En cuanto a las Funciones, aparecen las cuadráticas, en su forma polinómica, las que se suman a la forma explícita de las lineales ya contempladas. De estas últimas, se precisa el tipo de actividad pretendida: obtener la ecuación de la recta a partir de distintos datos. Se tiene entonces, a los dos tipos de funciones elementales, trabajadas en su formato de tipo polinómico. En el caso de las cuadráticas, esta expresión tiene pocos elementos anticipables y, tanto el vértice de la parábola como sus raíces, deben ser obtenidos mediante la aplicación de fórmulas.

Aparece el primer elemento de la actividad matemática transversal que no refiere a conversión de registros. La toma de decisiones acerca de la veracidad o falsedad de enunciados simples es un elemento relativo a la validación. En general, estos enunciados apuntan a los siguientes tipos de argumentos: la búsqueda de contraejemplos para justificar la falsedad de enunciados universales, la referencia a algún resultado teórico o la manipulación algebraica o numérica para justificar la veracidad de los mismos.

En la tabla que sigue se indican las sub-categorías presentes en este perfil, acomodadas según la categoría a la que pertenecen. En negrita y cursiva, se destacan las sub-categorías que se incorporan respecto del perfil mayoritario 2

Tabla 22: Componentes del perfil mayoritario 3

Números	Formas de representación	Racionales expresados como fracciones
		Racionales expresados como decimales
		Irracionales en forma no decimal
	Operaciones	Operaciones con racionales
		Cálculos que requieren aplicar una única propiedad
		Cálculos que requieren aplicar varias propiedades
Álgebra	Uso del literal	Usar al literal como incógnita
		Usar al literal como indeterminada
	Ecuaciones	Resolver ecuaciones como fin en sí mismo
		Resolver ecuaciones para responder a otra cuestión
		Resolver ecuaciones lineales
		Resolver ecuaciones cuadráticas

	Factorización	Factorizar polinomios con los casos clásicos
		Factorizar polinomios como fin en sí mismo
	Expresiones algebraicas - Operatoria	***Realizar operaciones con polinomios***
		Realizar una operación entre expresiones algebraicas como fin en sí mismo
		Realizar operaciones con expresiones fraccionarias con factorización
	Sistemas de ecuaciones	***Resolver sistemas por cualquier método***
Funciones	Formatos de la expresión analítica	Trabajo con la forma explícita de la recta
		Obtención de la ecuación de la recta a partir de datos
		Trabajo con la forma polinómica de la cuadrática
Actividad Matemática Transversal	Conversión de registros	Verbal a simbólico
		Simbólico a gráfico
	Validación	***Veracidad / falsedad de un enunciado, con justificación***

<u>Perfil mayoritario (a secas)</u>: (sub-categorías cuya manifestación es de por lo menos un 50 %)

Este grupo es el que conforma el perfil propuesto mayoritario (a secas).

El campo de lo numérico queda determinado de la siguiente manera:

- nombrar o hallar partes o porcentajes de un total;

- operar y trabajar en el conjunto de números formado por los racionales y los radicales (quizás también π);

- saber realizar operaciones combinadas con los racionales, principalmente con fracciones;

- saber realizar operaciones sin combinar con los irracionales;

- conocer las propiedades de las operaciones, tales como la distributiva, las de la potenciación, las de la radicación, etc. y aplicarlas tanto en forma individual como integrada (en el universo mencionado).

- ordenar números

El trabajo con los racionales contempla sus distintas formas de expresión (fraccionaria, decimal y porcentaje), con privilegio de las fracciones. Se incluye el trabajo con una de las propiedades del conjunto como el orden, aunque no la densidad ni lo relativo a las aproximaciones.

El universo de trabajo está formado por los racionales y los irracionales en forma no decimal, con peso en la operatoria entre ellos. La cobertura de los irracionales es sustancialmente menor que la de los racionales. Al no contemplar su expresión decimal, se evita la forma en que más fácilmente se tiene la noción de cantidad.

En Álgebra:

- manejar al literal en sus formas de incógnita, de indeterminada y de parámetros.

- operar con expresiones algebraicas, particularmente con polinomios y con expresiones algebraicas fraccionarias que requieren de factorización en su manipulación;

- factorizar polinomios con los casos clásicos de factoreo, como práctica de las técnicas involucradas;

- resolver ecuaciones tanto como práctica de las técnicas como cuando son necesarias para resolver otra cuestión. El tipo de ecuaciones que debe saber resolverse son las lineales, las cuadráticas y las racionales no homográficas;

- resolver sistemas de dos ecuaciones con dos incógnitas por cualquier método;

La destreza operacional se observa como el requisito central en este campo. Las expresiones algebraicas son objetos cuya principal funcionalidad es operar con ellas. La factorización, aislada de aplicaciones, funciona a la manera de una operación (unaria) más entre expresiones algebraicas que sólo puede resolverse cuando al polinomio le son aplicables los casos clásicos. La noción de factorización resulta así distorsionada.

Las ecuaciones, en cambio, presentan una funcionalidad mayor. Es necesario saber las técnicas de resolución para las lineales, las cuadráticas y las racionales no homográficas pero también debe poder disponerse como herramienta para resolver otras cuestiones. Resulta curioso que se atienda a las ecuaciones polinómicas de grado 1 y 2 y a las racionales no homográficas pero no a las homográficas, que también son racionales, más sencillas y con sus propias especificidades.

Está contemplado el uso del literal como incógnita y como indeterminada, pero también aparece presente en su función de parámetro, aunque las actividades que los tratan suelen priorizar lo operacional, como hallar el valor del parámetro para que un cierto número sea solución de una ecuación.

En el campo de las Funciones:

- Trabajar con la recta dada por su ecuación explícita (la fórmula de la función lineal) y hallar la pendiente y la ordenada al origen y dar la ecuación de recta a partir de de distintos datos;

- Trabajar con la forma polinómica de la función cuadrática;

- Hallar las coordenadas del vértice y/o la ecuación del eje de simetría de la parábola a partir de datos.

El estudio de las funciones se limita a las formas estándar de las funciones lineales y cuadráticas. Coherente con un enfoque de estos temas relativo a las funciones, se prioriza el trabajo con esta forma, aunque no está presente el conocimiento de las constantes que intervienen en ella.

Las actividades más frecuentes consisten en partir de la expresión analítica de la función y hallar los elementos característicos o el gráfico tanto en las lineales como en las cuadráticas. En las lineales, también aparece la tarea inversa, consistente en hallar la ecuación a partir de datos y esto está ausente en las cuadráticas.

Actividad matemática transversal:

- Conversión del registro verbal al simbólico y de éste al gráfico;

- Decidir sobre la veracidad o falsedad de un enunciado dando una justificación.

Lo relativo a la actividad matemática transversal está apenas presente en el perfil ya que se limita casi solamente a algunas conversiones de registros y que se expresan en actividades muy frecuentes tales como plantear y resolver ecuaciones a partir de un enunciado verbal y representar gráficamente una función lineal o cuadrática dada por su expresión analítica. El requerimiento de saber decidir sobre la veracidad o falsedad de enunciados sencillos muestra algún grado de atención a los aspectos argumentativos, aunque incipiente, ya que en este rubro están incluidas sólo las justificaciones con bajo grado de elaboración.

El perfil mayoritario está compuesto por elementos que pueden calificarse como de baja complejidad matemática y está centrado en aspectos centralmente técnicos o procedimentales. Los objetos matemáticos se van complejizando a medida que se reduce el porcentaje que conforma el perfil, pero la actividad matemática que se realiza con ellos es esencialmente la misma. Lo numérico tiene una cobertura más variada pero en él y con más énfasis en el Álgebra, es central la operatoria. El estudio de las funciones lineales y cuadráticas, incluye la obtención de sus elementos característicos con vistas a la representación gráfica, pero no el trabajo sobre su significado.

En la tabla que sigue se indican las sub-categorías presentes en este perfil, acomodadas según la categoría a la que pertenecen. En negrita y cursiva, se destacan las sub-categorías que se incorporan respecto del perfil mayoritario 3.

Tabla 23:

Componentes del perfil mayoritario a secas

Números (N)	Noción de número	***Nombrar o hallar partes (o porcentajes) de un total***
	Propiedades de los conjuntos numéricos	***Ordenar números***
	Formas de representación	Racionales expresados como fracciones
		Racionales expresados como decimales
		Irracionales en forma no decimal
	Operaciones	Operaciones con racionales
		Operaciones con irracionales sin combinar
		Cálculos que requieren aplicar una única propiedad
		Cálculos que requieren aplicar varias propiedades
Álgebra (A)	Uso del literal	Usar al literal como incógnita
		Usar al literal como indeterminada
		Usar al literal como parámetro
	Ecuaciones	Resolver ecuaciones como fin en sí mismo
		Resolver ecuaciones para responder a otra cuestión
		Resolver ecuaciones lineales

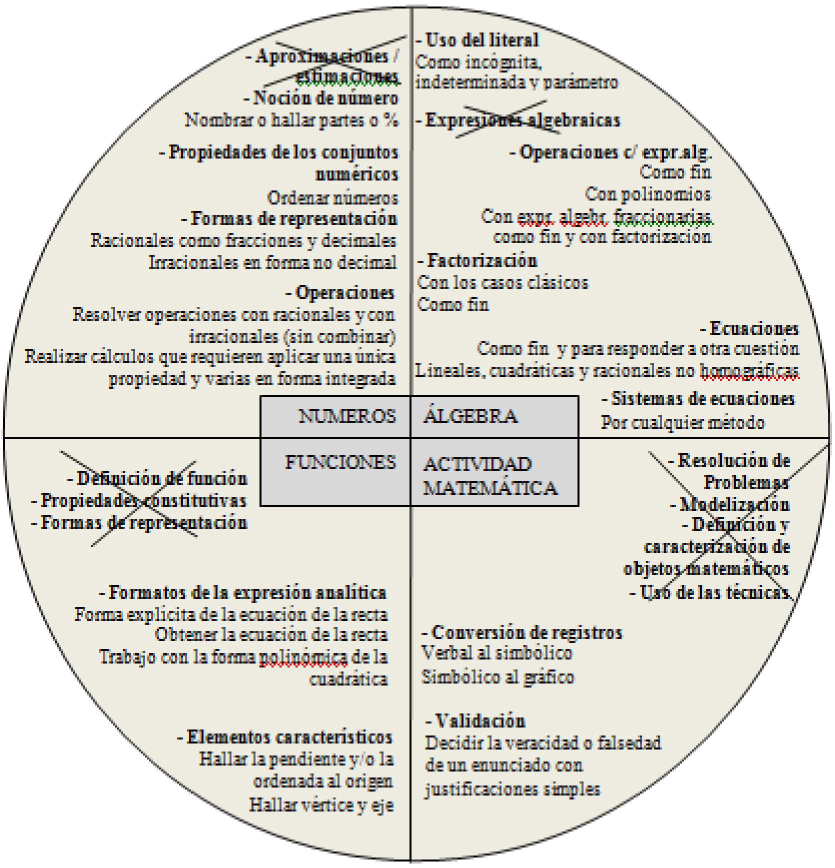
		Resolver ecuaciones cuadráticas
		Resolver ecuaciones racionales no homográficas
	Factorización	Factorizar polinomios con los casos clásicos
		Factorizar polinomios como fin en sí mismo
	Expresiones algebraicas - Operatoria	Realizar operaciones con polinomios
		Realizar una operación entre expresiones algebraicas como fin en sí mismo
		Realizar operaciones con expresiones fraccionarias con factorización
	Sistemas de ecuaciones	Resolver sistemas por cualquier método
Funciones (F)	Formatos de la expresión analítica	Trabajo con la forma explícita de la recta
		Obtención de la ecuación de la recta a partir de datos
		Hallar la pendiente y la ordenada al origen de una recta a partir de datos
		Trabajo con la forma polinómica de la cuadrática
		Hallar las coordenadas del vértice y/o la ecuación del eje de simetría de una parábola a partir de datos
Actividad Matemática Transversal (AM)	Conversión de registros	Verbal a simbólico
		Simbólico a gráfico
	Validación	Veracidad / falsedad de un enunciado, con

		justificación

En la figura que sigue se ilustran las componentes del perfil mayoritario a secas, destacando las categorías presentes y ausentes y las sub-categorías presentes.

Figura 3:

Componentes del perfil mayoritario a secas



Perfil propuesto mayoritario según mecanismo de admisión

Otro de los propósitos de esta investigación es saber si el perfil mayoritario es sensible al mecanismo de admisión en el que se inscribe el curso. Más precisamente, si el perfil mayoritario es similar o expresa variantes según las categorías expuestas oportunamente: si el curso es eliminatorio (29 de los 57 cursos[20]), si es no eliminatorio (13 de los 57 cursos) o si su aprobación está ligada al grado (15 de los 57 cursos). Para ello, de la grilla completa con la que se ha caracterizado el perfil mayoritario (exhibida en el Anexo 4), se toman las columnas que correspondan a cursos eliminatorios o no eliminatorios o con aprobación ligada al grado, según el caso, y se mantiene el criterio de tomar las sub-categorías que aparecen en por lo menos el 57% de los cursos. Se caracterizan, luego, estos perfiles en relación con el perfil mayoritario obtenido. En la tabla 24 se presentan los valores correspondientes en donde en la columna Tema se indica con la inicial correspondiente la pertenencia de la sub-categoría a Números, Álgebra, Funciones o Actividad Matemática Transversal:

Tabla 24:

Distribución de las sub-categorías según mecanismo de admisión del curso

Tema	**Indicadores de las sub-categorías**	**%**			
		Perfil mayoritario	Elim	No Elim	Lig grado
N	Trabajar con los racionales expresados como fracciones	91	93	85	87
A	Usar al literal como incógnita	91	90	85	100
A	Resolver ecuaciones como fin en sí mismo	88	90	77	100
A	Resolver ecuaciones lineales	87	86	77	93
N	Operar con racionales	84	86	69	80
A	Usar al literal como indeterminada	84	93	----	87
A	Realizar una operación entre expresiones algebraicas como fin en sí mismo	81	86	----	87
N	Cálculos que requieren aplicar una única propiedad	78	79	77	67
A	Resolver ecuaciones cuadráticas	78	72	85	87
AM	Pasar del registro verbal al simbólico	78	93	62	60

A	Factorizar polinomios con los casos clásicos	76	90	----	73
AM	Pasar del registro simbólico al gráfico	76	90	62	80
N	Realizar cálculos que requieren aplicar varias propiedades	75	83	77	80
F	Trabajar con la forma explícita de la recta	73	72	69	80
N	Trabajar con los irracionales en forma no decimal	72	72	62	80
A	Resolver ecuaciones para responder a otra cuestión	70	76	----	67
A	Realizar operaciones con polinomios	69	79	----	73
A	Realizar operaciones con expr. fraccionarias con factorización	67	76	----	87
A	Resolver sistemas por cualquier método	67	79	69	73
AM	Decidir la veracidad / falsedad de un enunciado con justificaciones simples	66	72	----	80
F	Obtener la ecuación de la recta a partir de datos	64	62	----	80
A	Factorizar polinomios como fin en sí mismo	63	69	----	60
F	Trabajar con la forma polinómica de la cuadrática	61	76	----	60
N	Trabajar con los racionales expresados como decimales	60	59	----	67

A	Resolver ecuaciones racionales no homográficas	57	59	62	60
A	Usar al literal como parámetro	57	66	----	67
F	Hallar la pendiente y la ordenada al origen a partir de datos	57	----	62	73
N	Ordenar y/o comparar números	55	52	----	60
N	Nombrar o hallar partes (o porcentajes) de un total	54	52	----	67
N	Operaciones con irracionales sin combinar	54	66	----	53
F	Hallar las coordenadas del vértice y/o la ecuación del eje de simetría de una parábola a partir de datos	52	59	----	67
A	Hallar la intersección entre rectas y/o parábolas	----	69	----	----
N	Resolver operaciones con irracionales sin combinar	----	66	----	----
A	Hallar el valor numérico de una expresión	----	62	----	----
A	Resolver ecuaciones homográficas	----	----	----	60
A	Realizar operaciones con expresiones algebraicas para responder a otra cuestión	----	----	----	60
AM	Resolver bajo modelo dado	----	59	----	-----
A	Resolver sistemas con infinitas o ninguna	----	55	----	-----

	solución				
A	Factorizar polinomios para responder a otra cuestón	----	----	----	53
AM	Pasar del registro simbólico al numérico	----	----	----	53
N	Racionalizar como fin en sí mismo	----	52	----	-----

Perfil propuesto mayoritario en cursos eliminatorios

El perfil propuesto en cursos eliminatorios incluye a casi todas las sub-categorías del perfil mayoritario, a las que se suman algunos elementos. En Números, se agregan dos cuestiones que representan nuevos indicadores del privilegio por la destreza operacional: realizar operaciones sin combinar con números irracionales y racionalizar números como fin en sí mismo. En ambos casos, dan precisión acerca de qué es lo que se propone hacer con lo ya incluido sobre el trabajo con los irracionales en la forma de radicales.

En cuanto al Álgebra, se suman dos elementos: hallar el valor numérico de una expresión algebraica y hallar la intersección de rectas y/o parábolas. A pesar de que debe obtenerse el valor numérico de una expresión, no aparece el uso del literal como variable. Esto se debe a que en algunos cursos sólo se contempla la búsqueda del valor numérico para un único valor del literal, lo que no es suficiente para atender a ese uso del literal. No obstante, con lo incluido, se amplía de manera significativa la cobertura de la noción de expresión algebraica, que resulta muy limitada y hasta distorsionada si a los literales que intervienen sólo se los usa como indeterminada. Por otro lado, al considerar a la intersección de rectas y parábolas, también se amplía la noción de sistema de ecuaciones a partir de un anclaje en lo funcional y geométrico.

En el estudio de las funciones, los cambios están dados por un tratamiento más detallado de las cuadráticas ya que incluye la búsqueda de los elementos característicos de este tipo de función, pero menos detallado en las lineales ya que no se contempla ese elemento en estas funciones (única sub-categoría del perfil mayoritario que no aparece en estos cursos).

En cuanto a la actividad matemática transversal se incorpora un elemento que resulta significativo teniendo en cuenta su escasa presencia en el perfil mayoritario: deben resolverse situaciones bajo un modelo matemático dado. Es claro que la actividad de modelizar no forma parte de los requisitos ya que lo pedido sólo comprende trabajar bajo un modelo dado en la consigna de la actividad.

Por otro lado, se observa que los guarismos con los que aparecen las 30 sub-categorías comunes a ambos perfiles son, en general, mayores que los del perfil mayoritario (21 con más frecuencia, 8 con menos y 1 igual). El promedio de las frecuencias de las sub-categorías comunes es del 71% en el perfil mayoritario y del 76% en el de los cursos eliminatorios.

En síntesis, el perfil mayoritario en cursos eliminatorios, en relación con el perfil mayoritario:

- es cualitativamente algo más amplio, siendo más robusto en lo algebraico, apenas algo más en lo numérico, más amplio pero aún pobre en lo que hace a la actividad matemática transversal y, en cuanto a lo funcional, se atiende a la búsqueda de los coeficientes de las cuadráticas.

- es cuantitativamente mayor ya que son más los cursos que exigen los asuntos que comprende.

Perfil propuesto mayoritario en cursos no eliminatorios

El perfil propuesto en cursos no eliminatorios se ve muy limitado.

En lo numérico, presenta una cobertura escasa: los racionales como fracción, favoreciendo la identificación racional – fracción, la operatoria con ellas y cálculos que requieren de la aplicación de una única propiedad y también de varias en forma integrada. Además, los irracionales son contemplados en su forma no decimal.

En Álgebra, sólo cubre los mismos tipos de ecuaciones por resolver que el perfil mayoritario (lineales, cuadráticas y racionales no homográficas) y sólo como fin en sí mismo, así como también los sistemas de ecuaciones de solución única y sin vínculo con lo geométrico. El uso del literal apenas aparece en su función de incógnita. Coherente con esto, lo relativo a los polinomios no está contemplado. El tratamiento del Álgebra se reduce a las cuestiones operacionales del campo de las ecuaciones.

En cuanto a las funciones, apenas el trabajo con la forma explícita de la ecuación de la recta y la búsqueda de la pendiente y la ordenada al origen a partir de datos.

La actividad matemática transversal está presente sólo con la conversión del registro verbal al simbólico y del simbólico al gráfico.

Además, en este caso, los valores con los que aparecen las sólo 15 sub-categorías comunes son, en general, menores que los del perfil mayoritario (5 mayores y 11 menores). En cuanto a promedios de manifestación de esas sub-categorías, en el perfil mayoritario es del 77% y en estos cursos es del 72%.

En síntesis, el perfil mayoritario en cursos no eliminatorios, en vínculo con el perfil mayoritario:

- es cualitativa mucho más limitado y cuantitativamente más limitado, además de ser esencialmente pobre en cuanto su composición.

Perfil propuesto mayoritario en cursos con aprobación ligada al grado

En los cursos cuya aprobación está ligada a la carrera de grado se contemplan todas las sub-categorías presentes en el perfil mayoritario.

En lo numérico, la cobertura es idéntica a la de aquél.

En cuanto al Álgebra se incorporan un par de elementos que delinean un tratamiento sustantivamente más amplio: las expresiones algebraicas y la factorización de polinomios ganan en funcionalidad ya que se requieren para responder a otras cuestiones. Además, el tipo de ecuaciones que deben saber resolverse incluye a las homográficas, además de las racionales no homográficas (presentes en el perfil mayoritario).

Lo funcional presenta una ampliación: además de lo del perfil mayoritario, se contempla la búsqueda de los elementos característicos de las cuadráticas, igual que en los cursos eliminatorios.

La actividad matemática transversal apenas incorpora otra conversión de registros: del simbólico al numérico.

En cuanto a los valores con los aparecen las 31 sub-categorías comunes, se observa que, en general, tienen mayor frecuencia que en el perfil mayoritario (19 con más frecuencia y 8 con menos). Los promedios de frecuencia de las sub-categorías comunes son del 70% en el perfil mayoritario y del 75% en estos cursos.

En síntesis, el perfil mayoritario en cursos con aprobación ligada al grado, en relación con el perfil mayoritario:

- es, en lo cualitativo, ligeramente más amplio, siendo idéntico en lo numérico, más amplio en lo algebraico, algo más amplio en lo funcional y mantiene la pobreza de la actividad matemática transversal;

- en lo cuantitativo, es algo mayor ya que son más los asuntos contemplados con más frecuencia que los contemplados con menos frecuencia, así como también la frecuencia promedio de lo común, es mayor.

Síntesis del perfil propuesto mayoritario según el mecanismo de admisión

El perfil mayoritario en cruce con el mecanismo de admisión presenta alguna arista de interés. Lo más saliente del vínculo que se observa entre las restricciones al ingreso y las exigencias contempladas es que los cursos no eliminatorios presentan un perfil pobre y limitado, compuesto por, apenas, un puñado de asuntos ligados mayormente a lo operacional. Los cursos eliminatorios y los de aprobación ligada al grado presentan diferencias entre sí, pero no sustantivas.

En cuanto a la comparación con el perfil mayoritario, los cursos eliminatorios y de aprobación ligada al grado presentan un perfil más amplio, mientras que los no eliminatorios se observan sustantivamente más limitados.

En todos los casos, la presencia de la actividad matemática transversal sigue siendo baja. Apenas en los cursos eliminatorios se incorpora algún elemento sustantivamente distinto, como la resolución de situaciones contextualizadas bajo un modelo dado.

Perfil propuesto mayoritario según destinatarios del curso

El otro cruce que interesa es entre el perfil mayoritario y los destinatarios del curso de Matemática. Se analizan las diferencias en el perfil mayoritario obtenido de acuerdo con que el curso esté destinado a Exactas e Ingeniería (29 de los 67 cursos) y a carreras afines (28 de los 67 cursos). El resto de los tipos de cursos según sus destinatarios de acuerdo con las categorías expuestas oportunamente, carreras no afines, carreras varias y curso universal, son escasos en cantidad (10 en total), por lo que se juzga poco relevante realizar el cruce. Para ello, de la grilla completa con la que se ha caracterizado el perfil mayoritario (expuesta en el Anexo 4), se toman las columnas que correspondan a cursos destinados a Ciencias Exactas e Ingeniería y a carreras afines, según el caso, y se consideran las sub-categorías cuya frecuencia es de por lo menos el 57%. Se caracterizan, luego, estos perfiles en relación con el perfil mayoritario obtenido. En la tabla 25 se presentan los valores correspondientes:

Tabla 25:

Distribución de las sub-categorías según destinatarios del curso

Tema	**Indicadores de las sub-categorías**	**%**		
		Perfil mayoritario	Exactas e Ing.	Carr. afines
N	Trabajar con los racionales expresados como fracciones	91	97	96
A	Usar al literal como incógnita	91	90	93
A	Resolver ecuaciones como fin en sí mismo	88	86	90
A	Resolver ecuaciones lineales	87	86	90
N	Operar con racionales	84	93	89
A	Usar al literal como indeterminada	84	97	83
A	Realizar una operación entre expresiones algebraicas como fin en sí mismo	81	93	79
N	Realizar cálculos que requieren aplicar una única propiedad	78	97	71
A	Resolver ecuaciones cuadráticas	78	72	83
AM	Pasar del registro verbal al simbólico	78	86	69
A	Factorizar polinomios con los casos clásicos	76	90	72
AM	Pasar del registro simbólico al gráfico	76	79	72
N	Realizar cálculos que requieren aplicar varias propiedades	75	79	82
F	Trabajar con la forma explícita de la recta	73	79	72

N	Trabajar con los irracionales en forma no decimal	72	79	75
A	Resolver ecuaciones para responder a otra cuestión	70	76	69
A	Realizar operaciones con polinomios	69	79	69
A	Realizar operaciones con expr. fraccionarias con factorización	67	83	62
A	Resolver sistemas por cualquier método	67	66	66
AM	Decidir la veracidad / falsedad de un enunciado con justificaciones simples	66	79	----
F	Obtener la ecuación de la recta a partir de datos	64	69	66
A	Factorizar polinomios como fin en sí mismo	63	69	66
F	Trabajar con la forma polinómica de la cuadrática	61	66	66
N	Trabajar con los racionales expresados como decimales	60	66	61
A	Resolver ecuaciones racionales no homográficas	57	-----	-----
A	Usar al literal como parámetro	57	-----	62
F	Hallar la pendiente y la ordenada al origen de una recta a partir de datos	57	-----	62
N	Ordenar y/o comparar números	55	55	61
N	Nombrar o hallar partes (o porcentajes) de un total	54	-----	68

N	Operaciones con irracionales sin combinar	54	72	-----
F	Hallar las coordenadas del vértice y/o la ecuación del eje de simetría de una parábola a partir de datos	52	52	59
N	Racionalizar como fin en sí mismo	-----	55	-----
A	Hallar la intersección de rectas y/o parábolas	-----	55	-----
AM	Pasar del registro simbólico al numérico	-----	55	-----
A	Obtener el valor numérico de una expresión	-----	52	-----
AM	Pasar del registro verbal al numérico	-----	52	-----
F	Trabajar con la ecuación de la recta en forma no explícita	-----	-----	52

Perfil propuesto mayoritario en cursos destinados a Ciencias Exactas e Ingeniería

Presenta variantes respecto del perfil propuesto mayoritario. Lo numérico es similar, con la incorporación de la racionalización como fin en sí mismo, un elemento del terreno de la destreza operacional y la ausencia de nombrar o hallar partes o porcentajes de un total.

Hay otras tres componentes del perfil mayoritario que dejan de estar presentes; dos son del campo del Álgebra: el uso del literal en su función de parámetro y la resolución de ecuaciones racionales no homográficas; la restante, es del campo funcional y está dada por la no inclusión de la búsqueda de la pendiente y la ordenada al origen de la recta (sí de su ecuación) lo que puede interpretarse de diferentes modos: como un tratamiento más superficial del tema, como que eso se da por sabido y no requiere de una atención especial o aún, de modo no incompatible con lo anterior, como un indicador más del peso de lo operacional por encima del trabajo sobre las nociones teóricas.

Se incorporan algunas sub-categorías más: en Álgebra, la resolución de sistemas para hallar la intersección de rectas y/o parábolas y la obtención del valor numérico de una expresión algebraica. Esto da más funcionalidad a los sistemas de ecuaciones y amplía el sentido de las expresiones algebraicas. La Actividad Matemática sigue estando apenas presente, con la inclusión de dos nuevas conversiones de registros: del simbólico al numérico y del verbal al numérico.

A pesar de que no hay casi variantes sustantivas respecto del perfil mayoritario, corresponde señalar que los valores con los que aparecen las 27 sub-categorías comunes son más altos en la amplia mayoría de los casos, es decir que son más los cursos que las contemplan (19 con mayor frecuencia). En cuanto al promedio con el que se manifiestan las sub-categorías comunes, se tiene un 72% en el perfil mayoritario contra un 77% del de estos cursos.

En síntesis, el perfil mayoritario en cursos destinados a Exactas e Ingeniería, en relación con el perfil mayoritario es relativamente similar en lo cualitativo y mayor en lo cuantitativo ya que son unos cuantos más los asuntos contemplados con más frecuencia que los contemplados con menos frecuencia, así como también la frecuencia promedio de lo común, es mayor.

Perfil propuesto mayoritario en cursos destinados a carreras afines

En los cursos destinados a carreras afines también hay algunas diferencias respecto del perfil mayoritario. Tres sub-categorías del perfil mayoritario no aparecen aquí: decidir acerca de la veracidad / falsedad de un enunciado, lo que significa que estos cursos atienden aún menos lo relativo a la actividad matemática transversal, resolver ecuaciones racionales no homográficas y operar con irracionales sin combinar. Se incorpora sólo una sub-categoría, trabajar con la ecuación de la recta dada en forma no explícita.

Las pocas variantes observadas determinan un tratamiento relativamente similar aunque más escaso en estos cursos. Lo numérico se reduce en cuanto a que los irracionales no aparecen para operar con ellos, el tipo de ecuaciones que deben resolverse se limita a polinómicas, se enriquece el estudio de la ecuación de la recta y la actividad matemática transversal está prácticamente ausente.

En estos cursos los guarismos también son, en general, más altos que en el perfil mayoritario, habiendo 28 sub-categorías comunes, de las cuales 17 aparecen con mayor frecuencia. En cuanto a los porcentajes de manifestación de las sub-categorías comunes, en el perfil mayoritario es del 68% y en estos cursos, del 73%.

En síntesis, el perfil mayoritario en cursos destinados a carreras afines, en relación con el perfil mayoritario es ligeramente menos amplio en lo cualitativo y mayor en lo cuantitativo.

Síntesis del perfil propuesto mayoritario según los destinatarios del curso

A partir del cruce realizado, el perfil propuesto mayoritario es poco sensible a los destinatarios del curso, excepto en términos cuantitativos (cantidad de cursos que exigen los distintos asuntos). Lo que se espera que sepan los estudiantes que siguen carreras del campo de las exactas, ingenierías o carreras afines a la Matemática, es relativamente similar al que se requiere en el conjunto completo.

Resulta significativo que en los cursos correspondientes a Ciencias Exactas e Ingeniería, el perfil propuesto no sea sustancialmente más amplio que el del resto, teniendo en cuenta la importancia que la Matemática tiene para esas carreras.

PERFIL PROPUESTO EN LA ASIGNATURA MATEMÁTICA DEL CICLO BÁSICO COMÚN DE LA UNIVERSIDAD DE BUENOS AIRES

Para la caracterización del perfil propuesto en Matemática del CBC de la UBA, se utiliza el nuevo material de Matemática, modificado a mediados de 2012, junto con la Guía Docente que la coordinación de la materia facilita a los profesores para la organización de las clases y complementado con las entrevistas realizadas a los dos coordinadores (que serán referidos como coordinador 1 y coordinador 2). Se toman las temáticas seleccionadas en la segunda etapa de la investigación: Números, Álgebra y Funciones (en general, lineales y cuadráticas) y la actividad matemática transversal y se realiza el análisis de las actividades propuestas a partir de las mismas grillas ya utilizadas para el perfil mayoritario, pero de forma ampliada ya que esta vez se contempla la frecuencia con que aparecen las distintas sub-categorías, en los casos en que esto resulta de interés. También se incluyen en el análisis algunos elementos asociados a la TAD, desarrollados en el Capítulo 2. Luego de la caracterización del perfil propuesto se incluye un apartado con las diferencias observadas entre el viejo y el nuevo material. Tanto para la caracterización del perfil propuesto como, principalmente, para el análisis de las modificaciones, se utilizan las entrevistas realizadas a los coordinadores del curso.

La guía práctica actual está organizada de la siguiente manera: Práctica 0: Preliminares; Práctica 1: Números reales y Coordenadas Cartesianas; Práctica 2: Funciones. Funciones lineales. Funciones Cuadráticas. Funciones polinómicas; Práctica 3: Límite de funciones. Asíntotas. Funciones homográficas. Composición de funciones. Función inversa; Práctica 4: Funciones trigonométricas. Funciones exponenciales y logarítmicas; Práctica 5: Derivadas; Práctica 6: Integrales.

El listado de títulos anterior muestra que el curso no sólo comprende temáticas del Precálculo (las que se han observado como preponderantes en la Matemática del Ciclo de Inicio a los Estudios Superiores) sino que también incluye temáticas usuales en cursos de Análisis Matemático, de baja frecuencia en el conjunto estudiado en esta investigación, aunque esperable, por la entidad de materia del primer año tienen las del CBC. Si bien las inecuaciones no están entre los temas que aquí se analizan, realizaremos algunas consideraciones sobre su tratamiento debido a la importancia que se les otorga en este curso.

La asignatura es de dictado cuatrimestral, con una carga horaria total de aproximadamente 80 horas. En la Guía Docente que se facilita a los profesores, se propone un cronograma de distribución de la práctica a lo largo de las clases. En ella se observa que la evaluación consta de dos parciales. Los temas que se evalúan en el primer parcial abarcan corresponden a las Prácticas 0 a 4 y los del segundo parcial, a las Prácticas 5 y 6.

Números

El tratamiento está concentrado en la Práctica 0, que también contiene parte de Álgebra, y, en menor medida, en la Práctica 1. En la Guía Docente se señala que la Práctica 0 contiene temas que "utilizaremos en el curso" y tiene la finalidad de que los estudiantes "hagan un breve repaso, evalúen si recuerdan los temas". Esta declaración permite entender que la enseñanza de lo numérico no es central en el curso y que el recorte realizado sugiere una intencionalidad propedéutica. A la Práctica 0 se le destinan 2 horas reloj, mientras que para la Práctica 1, que abarca poco de lo numérico ya que es mayormente de Álgebra, están contempladas 4 horas.

Noción de número:

Esta categoría aparece desatendida en la práctica ya que están ausentes la clasificación de números en racionales e irracionales, la clasificación de racionales (fracciones mayores o menores que la unidad, expresión decimal periódica o finita) y la noción de número irracional.

- *Nombrar o hallar partes (o porcentajes) de un total:* hay dos enunciados coloquiales que requieren de cálculo de porcentajes. Con las fracciones, hay dos ejercicios que requieren del cálculo de una cierta fracción de un entero.

Formas de representación:

En todos los casos en que aparecen los racionales, sólo se contempla su expresión fraccionaria. Los irracionales no están contemplados en ninguna de sus formas.

- *Representación en la recta real de los racionales:* esta sub-categoría aparece con frecuencia alta en las ecuaciones e inecuaciones ya que se pide representar en la recta real al conjunto solución. Se infiere que lo que se pretende es una representación aproximada, priorizando la comparación entre los números que delimitan al intervalo.

Propiedades de los conjuntos numéricos:

- *Ordenar o comparar números:* sólo aparece en lo mencionado sobre la representación de los intervalos en la recta real y en un enunciado coloquial en el que deben compararse dos fracciones.

La densidad de los racionales e irracionales está ausente así como también lo relativo a aproximaciones y estimaciones.

Operaciones:

- *Cálculo con racionales*: (12 apariciones) se propone realizar operaciones con el formato de ejercicios combinados que incluyen la operatoria con las seis operaciones básicas, el conocimiento de las prioridades de las operaciones y las potencias con exponente negativo y fraccionario puro, con énfasis en esto último.

El cálculo con irracionales está ausente, así como también el trabajo con la ley de cierre de las operaciones.

- *Aplicación de otras propiedades*: (7 apariciones en forma individual y 3 en forma integrada) las propiedades de las operaciones es una temática bastante atendida. Hay ejercicios en los que es necesario resolver un cálculo aplicando una única propiedad, entre las que se encuentra el producto de potencias de igual base, el cociente de potencias de igual base, la potencia de otra potencia, la propiedad distributiva entre distintos pares de operaciones y el desarrollo del cuadrado de un binomio. Se acciona intencionalmente y con peso significativo en las distintas combinaciones entre dos operaciones para el análisis de la distributividad, con ejercicios en los que se presentan expresiones algebraicas.

Análisis global de lo numérico

El discurso tecnológico asociado a lo numérico comprende apenas una breve presentación del conjunto de los números reales tal como se señala en la Guía Docente y las propiedades de las operaciones en el campo de los reales. Sin embargo, resulta llamativa la total ausencia de los irracionales, pese a que el universo de trabajo que se declara para el curso (y que luego efectivamente se utiliza) es el de los reales.

Como una cuestión matemática que se atiende en lo numérico puede mencionarse: ¿Cuáles son las propiedades de las operaciones en el conjunto de los números reales? Un ejercicio de catorce ítems lo trata en detalle y contempla el análisis de la distributividad de la radicación respecto de la suma y del producto, del cuadrado respecto de la suma y de la división respecto de la suma (con la suma en el dividendo y en el divisor). El tipo de ejercitación propuesta, consistente en ver si se puede aplicar o no una propiedad a partir de expresiones algebraicas, combinando casos afirmativos y negativos, realza la forma en que se expresa simbólicamente dicha propiedad, con el propósito de favorecer su disponibilidad en ocasiones futuras.

Los ejercicios tienen, en la totalidad de los casos, consignas simples y muy directas, limitadas casi siempre a los aspectos algorítmicos y sin trabajo de las nociones teóricas. Ante este tipo de consignas, las acciones que el estudiante debe realizar, apenas requieren de la toma de decisiones ya que éstas están explicitadas en el enunciado. No se observa como una característica los listados extensos de ejercitación análoga.

En resumen, el enfoque de lo numérico es limitado y la cobertura del tema es escasa. Esto alcanza un pico con la omisión de actividades que contemplen a los irracionales, pese a la intencionalidad de trabajar en el campo de los reales.

Álgebra

En la Práctica 0 y en la Práctica 1 se encuentra el tratamiento de las ecuaciones y en la Práctica 2, las cuestiones ligadas a los polinomios y a los sistemas de ecuaciones. En total se destinan unas 8 horas.

Ecuaciones:

- *Resolver ecuaciones como fin en sí mismo*: (27 apariciones) junto con la resolución de inecuaciones, son las actividades de Álgebra casi excluyentes en las dos primeras prácticas. En términos relativos, la cantidad de ejercicios en las que hay que resolver ecuaciones e inecuaciones como fin en sí mismo es alta. El estudiante debe resolver ecuaciones lineales, cuadráticas, polinómicas incompletas de grado superior, homográficas, racionales y con módulo. También, debe saber resolver inecuaciones lineales, cuadráticas, homográficas, racionales y con módulo. En varias ocasiones, la consigna no pide resolver la ecuación o inecuación, sino demanda la descripción del subconjunto de los reales dado por la restricción impuesta por la ecuación o inecuación. Las ecuaciones propuestas tienen, en casi todos los casos solución única y no hay ninguna en la que sea necesario recurrir a la sustitución de variables.

- *Resolver ecuaciones para responder a otra cuestión*: (4 apariciones) se proponen algunos ejercicios simples de contexto concreto que requieren del planteo y resolución de una ecuación y hay una actividad en la que hay que analizar un truco de magia que involucra una ecuación lineal con infinitas soluciones.

- *Decidir si un número es o no solución de una ecuación:* hay un ejercicio en el que hay que decidir si un número pertenece o no a un subconjunto de los reales dado por la restricción impuesta por una inecuación.

Expresiones algebraicas:

El tratamiento específico sobre las expresiones algebraicas se reduce a la operatoria: desarrollar el cuadrado de un binomio, multiplicar binomios (8 apariciones de operatoria con polinomios), realizar operaciones combinadas con expresiones algebraicas racionales no polinómicas, sin contemplar su dominio de definición (5 apariciones sin factorización y 3 con factorización) y también factorizar con los casos clásicos algunos polinomios (6 apariciones).

Hasta aquí, todo lo trabajado en lo numérico y en lo algebraico está centrado principalmente en la operatoria como un fin en sí mismo. La operatoria para responder a otra cuestión aparece sólo en ecuaciones que requieren de manipulación algebraica para su resolución. Esto se revierte en el trabajo con los polinomios, que son estudiados en la Práctica 2, bajo un enfoque funcional.

El estudio de las funciones polinómicas presenta un enfoque más bien amplio ya que está centrado en la factorización de polinomios usando el algoritmo de división. La factorización con los casos clásicos (aparecen el factor común, la diferencia de cuadrados y el factoreo del trinomio de segundo grado) también es requerida, aunque las consignas no exigen la factorización del polinomio sino la obtención de las raíces. De esta manera, se requiere factorizar polinomios para atender a otra cuestión.

Uso del literal:

El uso del literal como incógnita y como indeterminada es casi excluyente en las dos primeras prácticas. El literal como variable aparece recién en el enfoque funcional de los polinomios. El uso del literal como parámetro aparece varias veces en ejercicios de distancia entre puntos que requieren del planteo de ecuaciones. Ya en el tema funciones, hay varios ejercicios en donde las fórmulas contienen parámetros cuyo valor hay que hallar usando un dato.

Sistemas de ecuaciones:

No tienen tratamiento específico. Al estudiar a las funciones lineales y cuadráticas deben hallarse puntos de intersección entre dos rectas y entre una recta y una parábola, sin especificación de algún método de resolución. No aparecen casos en los que haya infinitas soluciones o ninguna para las rectas pero cuando se incluyen las parábolas hay casos en que no hay solución o hay una sola. Por lo mencionado, es claro que está contemplada la interpretación gráfica de los sistemas.

En la Guía Docente sólo se encuentran indicaciones sobre las inecuaciones. Se sugiere utilizar la técnica consistente en la reducción a la forma de un producto o cociente mayor (o menor) que cero, para luego usar las propiedades asociadas a la regla de los signos de la multiplicación y división, en todos los casos en que esto sea posible. Subyace la idea de que el privilegio por esta técnica está dado por la posibilidad de resolver con ella más de un tipo de inecuaciones y que no están contempladas otras técnicas para realizar estas tareas.

Análisis global de lo algebraico

En lo que atañe a las inecuaciones, el discurso tecnológico que aparece en la Guía Docente se ve limitado: alguna manera de justificar el cambio o no del sentido de la desigualdad al despejar la incógnita en las inecuaciones lineales y las propiedades $\frac{A}{B} > 0 \Leftrightarrow (A > 0\ y\ B > 0)$ ó $(A < 0\ y\ B < 0)$ y $\frac{A}{B} < 0 \Leftrightarrow (A > 0\ y\ B < 0)$ ó $(A < 0\ y\ B > 0)$, que justifican la técnica propuesta para la resolución de cierto tipo de inecuaciones.

¿Cómo resolver ecuaciones algebraicas? ¿Cómo resolver inecuaciones algebraicas? ¿Cómo operar con expresiones algebraicas racionales? son las tres cuestiones matemáticas que están presentes. El enfoque dado se limita al trabajo con un conjunto mínimo de técnicas necesarias para resolver las tareas propuestas y permiten inferir un interés que está reducido a que los estudiantes dispongan de estos procedimientos para cuando sean requeridos en temáticas posteriores. Sin embargo, es interesante observar que, a pesar de la importancia que se le otorga a las inecuaciones, no son necesarias en ningún otro momento del curso, ya que la resolución de inecuaciones no forma parte de la técnica privilegiada para hallar positividad y negatividad de funciones cuadráticas, homográficas, etc. El uso del corolario del Teorema de Bolzano es el método propiciado para funciones polinómicas y aún para las que presentan asíntotas verticales, adaptando dicha propiedad. Como excepción a esto está el caso de las lineales, cuyas técnicas de resolución son más sencillas, y para las que en la Guía Docente sí se sugiere la resolución analítica (y también analítico- gráfica) para resolver $f(x) > g(x)$ con f y g lineales.

El tratamiento que se observa para los polinomios, integrado al enfoque funcional, es más amplio. Aquí, la cuestión matemática que se pretende abordar con un cierto alcance es: ¿Cómo estudiar una función polinómica? Incluye la búsqueda de los ceros, positividad y negatividad de algún tipo de funciones polinómicas usando el algoritmo de división a partir de una raíz dada y algunos de los casos clásicos de factoreo y el planteo de funciones a partir de datos sobre sus ceros, positividad y negatividad. La inclusión de formas más generales de factorización, junto con los casos clásicos de factoreo, determinan un abordaje que puede considerarse amplio de la temática en los escasos tiempos previstos y el nivel en el que se enmarca el curso. El discurso tecnológico comprende lo que es un polinomio de grado n y se propone dar sin mucho detalle ni justificación el algoritmo de división, el teorema del resto y la propiedad de que un polinomio de grado n con coeficientes reales tiene a lo sumo n raíces reales. Luego, se sugiere trabajar la idea de continuidad y enunciar el teorema de Bolzano y su corolario, previa postulación de la continuidad de las funciones polinómicas. A pesar de que aquí la cobertura es más amplia, se pretende que todos los resultados sean expuestos, e impuestos, por el docente de manera sintética.

En cuanto a los indicadores de incompletitud de las organizaciones matemáticas, vemos que la dependencia de la nomenclatura es fuerte. Sólo en un ejercicio en que hay que asociar expresiones coloquiales con expresiones simbólicas, el literal no se designa con la letra x (también en el ejercicio de las propiedades de las operaciones que mencionamos en el apartado de Números). La inclusión de tareas inversas está contemplada cuando hay que dar fórmulas de funciones polinómicas que cumplan ciertas condiciones. Pese a que sean sólo unos pocos casos, las ecuaciones sin solución o con infinitas soluciones, son una forma de contemplar la interpretación de los resultados de la aplicación de una técnica (la de los despejes de la incógnita). Por último, las situaciones abiertas de modelización están ausentes y la consideración de diferentes técnicas para realizar una misma tarea sólo se observa en la resolución de inecuaciones lineales: una, la resolución analítica; la otra, la resolución analítico-gráfica, mediante la resolución de la ecuación asociada, la representación gráfica de las dos funciones involucradas y la lectura gráfica de la solución de la inecuación.

Funciones (en general, lineales y cuadráticas)

Las funciones en general y las funciones lineales y cuadráticas forman parte de lo propuesto en la Práctica 2. Para estos temas se destinan 9 horas, de acuerdo con el cronograma propuesto.

<u>Definición de función</u>:

El trabajo sobre la definición de función no aparece explícitamente en ninguno de los ejercicios y las nociones de dominio y codominio (esta última no se menciona) no están problematizadas. Los ejercicios están dados a partir de fórmulas o gráficos sin conjuntos asociados, en donde se da por supuesto que el dominio es el dominio natural y que el codominio es el conjunto de los reales. En la Guía Docente se sugiere utilizar el primer ejercicio (un gráfico horario del movimiento de un avión en el que para responder a las consignas no es necesario ningún conocimiento de funciones) para introducir la noción de función y las asociadas a ella.

Formas de representación:

Se observa un marcado dominio de las funciones dadas por su expresión analítica así como también se descuidan las otras formas. Se parte de la representación gráfica de las funciones en apenas un par de ejercicios, aunque sí es frecuente que la consigna pida la representación gráfica de las funciones dadas por su fórmula.

Propiedades constitutivas:

El cociente constante de los incrementos en las funciones lineales tiene un lugar secundario: aparece en un par de enunciados coloquiales de contexto concreto en el que los datos son la ordenada al origen y la pendiente.

La simetría y el tipo de crecimiento de las cuadráticas no están contemplados explícitamente en los ejercicios, pero uno de los objetivos propuestos en la Guía Docente hace hincapié en el uso de la simetría para graficar una parábola.

Formas de representación analíticas:

Ante el enfoque funcional del tema, la forma explícita de la ecuación de la recta es la única considerada. La obtención de la ecuación de la recta es la tarea más requerida, con excepción de un ejercicio en el que, a partir de las fórmulas de dos funciones lineales, hay que hallar cuándo una función es mayor o menor que otra. El tema adquiere mayor significado en los últimos ejercicios que son enunciados coloquiales de contexto concreto en donde es necesario hallar la ecuación de la/s recta/s.

En cuanto a las funciones cuadráticas, predomina el trabajo con la forma polinómica, mientras que las formas canónica y factorizada aparecen en mucho menor medida. Se observa una diferencia significativa con las funciones lineales: mientras que en éstas, predomina ampliamente la búsqueda de la ecuación a partir de datos, en las cuadráticas esto ocurre con la tarea inversa (dada la fórmula, realizar un estudio). La búsqueda de la expresión analítica a partir de condiciones tiene características integradoras ya que se proponen situaciones en las que el vértice o las raíces deben obtenerse a partir de otros datos de la función (por ejemplo, el conjunto imagen o el conjunto de positividad)

Elementos característicos:

Asociado con lo anterior, la búsqueda de los elementos característicos es destacada. En la recta, están vinculados directamente a la obtención de su ecuación, mientras que en la parábola se los requiere a partir de la ecuación ya dada. En algunos de los enunciados coloquiales de contexto concreto aparecen los elementos característicos de la función, aunque no se acciona explícitamente sobre ellos.

Análisis global del tratamiento de las funciones

A partir de la Guía Docente puede obtenerse información acerca del discurso tecnológico contemplado: las funciones (numéricas) se definen como una regla que a cada elemento de un subconjunto de los reales le asigna un único elemento de otro subconjunto de los reales. Los ejemplos que se proponen son todos dados por fórmulas. Las nociones que se definen son dominio, imagen y gráfico. Las funciones lineales se definen por su expresión analítica y se da nombre a sus parámetros (pero no se interpretan ni caracterizan). Las funciones cuadráticas se definen por la forma polinómica de su expresión analítica (sin mención sobre la interpretación de los parámetros que intervienen). A partir de la función cuadrática de expresión $f(x) = x^2$ se sugiere observar su no negatividad y su paridad (sin formalizar esta noción) para inferir su conjunto imagen y su eje de simetría. A partir de conocer a esta función, se propone realizarle transformaciones mediante operaciones de sumas y multiplicación por números reales de modo de llegar a la forma canónica y sus características. Se mencionan las formas generales de la abscisa del vértice y de la ecuación del eje de simetría y se da la forma factorizada. Excepto para la forma canónica de la función cuadrática, todo el resto del discurso tecnológico consiste en escuetas declaraciones impuestas por el docente, desfavoreciendo la integración de los bloques teórico y práctico de la organización matemática correspondiente. Así, la tecnología aparece desdibujada y no funciona como el discurso que justifica las técnicas con las que se realizan las tareas.

Siguiendo la misma línea que en Números y parte de Álgebra, se priorizan aspectos algorítmicos de los temas, descuidando, entre otras cosas, el trabajo con las nociones teóricas. A grandes rasgos, lo principal se reduce a obtener la ecuación de la recta o de la parábola a partir de datos (de la recta en mayor medida) y su tarea inversa: realizar un estudio de la función a partir de su expresión analítica (para la función cuadrática en mayor medida).

El abordaje de fenómenos que pueden ser estudiados mediante la modelización con funciones y las características de la variación uniforme y cuadrática son cuestiones que apenas tienen tratamiento en la propuesta y aparecen al final de cada tema. En las sugerencias de la Guía Docente no hay mención a estos elementos.

El enfoque dado a las funciones lineales y cuadráticas, centrado en el uso de técnicas algorítmicas para realizar ciertas tareas, hace que la casi totalidad del bloque teórico de las organizaciones matemáticas aparezca desdibujado y desconectado del bloque práctico y resulte forzado encontrar alguna cuestión matemática a la que se pretenda responder.

El uso de técnicas distintas para una misma tarea probablemente esté presente para graficar rectas ya que podría realizarse mediante la construcción de una tabla de valores o uso de la noción de pendiente y ordenada al origen.

La dependencia de la nomenclatura es aquí absoluta. En todas las funciones, la variable independiente es x y la dependiente $f(x)$ (o $g(x)$ cuando hay dos funciones).

Actividad matemática transversal

Registros de representación y conversión de registros:

En Números, el trabajo en el registro numérico es dominante, aunque también se contempla el registro coloquial cuando se proponen algunos ejercicios de contexto concreto que requieren del cálculo de porcentajes.

En Álgebra, el registro simbólico es, obviamente, el predominante. El registro gráfico aparece en numerosas ocasiones: al representar en la recta real al conjunto solución de una ecuación (acción muy requerida) y al graficar funciones polinómicas. También se pide convertir del registro coloquial al simbólico, al pedir asociar expresiones simbólicas a enunciados coloquiales.

El estudio de las funciones polinómicas se presenta con variedad de registros: el simbólico, al manipular expresiones algebraicas, el gráfico, al graficar las funciones a partir de la información obtenida y el numérico, ya que en ocasiones se informan datos de imágenes.

Validación:

Es muy poco lo que aparece sobre esta cuestión a lo largo del material. En Funciones Polinómicas, se pide probar la existencia de un cero de una función dada, en distintos intervalos (aplicación del Teorema de Bolzano).

Decidir sobre la veracidad o falsedad de un enunciado con justificaciones simples aparece en un ejercicio sobre las propiedades de las operaciones entre números. En este caso se trata de enunciados de alcance universal. Se asume aquí que de aquellos que son falsos, se espera que los estudiantes den un contraejemplo, mientras que los que son verdaderos se justifican por la validez de cierta propiedad conocida de la escuela media. En cualquier caso, estas cuestiones no se replican ni se las sostiene en otras temáticas.

Las indicaciones dadas en las Guías Docentes no incluyen en ningún caso, salvo lo mencionado acerca de la forma canónica de la parábola, el tratamiento de las justificaciones de las propiedades trabajadas.

Resolución de problemas:

El ejercicio mencionado sobre el Teorema de Bolzano es el único problema. Se trata de un problema no contextualizado en que se contempla la exploración y en el que se favorecen las siguientes heurísticas: elegir una representación adecuada y recurrir a teoría relacionada.

Modelización:

En todos los casos, se propone trabajar sobre un modelo ya dado o que se obtiene mediante la manipulación de los datos. En las funciones lineales y cuadráticas, estas situaciones aparecen al final, lo que podría entenderse como aplicación. Las situaciones propuestas son verosímiles. No se contempla la modelización con Álgebra.

Definición y caracterización de objetos matemáticos:

No hay ninguna actividad que contemple esta categoría. La Guía Docente sugiere que sea el profesor quien exponga brevemente estas cuestiones en forma de resultados.

Tareas y técnicas:

En funciones lineales, para la tarea más habitual, “hallar la ecuación de la recta a partir de dos puntos”, la técnica que se supone favorecida es la siguiente: “calcular la pendiente como el cociente de los incrementos en ambas variables, escribir la ecuación de la recta con la pendiente hallada y la ordenada al origen desconocida, sustituir las variables por uno de los puntos dados, resolver la ecuación planteada para hallar la ordenada al origen y, luego, escribir la ecuación de la recta”. Si se dan como datos la pendiente y un punto, la técnica necesaria se reduce a algunos de los pasos de la anterior. Estas dos técnicas son necesarias en la casi totalidad de los ejercicios de función lineal.

En función cuadrática, la tarea más presente es “hallar el vértice de una parábola dada en forma polinómica”. La técnica consiste en “hallar la abscisa, utilizando que $x = -\frac{b}{2a}$, buscar la imagen de la abscisa del vértice y, luego, escribir las coordenadas del vértice”. Si la parábola tiene raíces reales, el primer paso puede modificarse por “hallar la abscisa promediando las raíces”.

En Álgebra, uno de los tipos de ecuaciones que más aparecen son aquellas que están expresadas como un producto de dos expresiones algebraicas que da 0 (también las inecuaciones análogas), por lo que la tarea que comporta este tipo de actividad es “resolver ecuaciones de la forma $A.B = 0$”. La técnica propiciada para resolver esta tarea es la siguiente: “usando que un producto de dos números es 0 cuando uno de los dos es 0; luego $A = 0$ ó $B = 0$, se resuelve cada una de las dos ecuaciones que quedaron planteadas (para lo cual se usan las técnicas específicas que ellas requieran)”.

Para las inecuaciones, en la Guía Docente se sugiere la enseñanza de una técnica para las racionales: “llevar la inecuación al formato $\frac{A}{B} > 0$ ó $\frac{A}{B} < 0$ y usar las propiedades $\frac{A}{B} > 0 \Leftrightarrow (A > 0\ y\ B > 0)$ ó $(A < 0\ y\ B < 0)$ y $\frac{A}{B} < 0 \Leftrightarrow (A > 0\ y\ B < 0)$ ó $(A < 0\ y\ B > 0)$”. Ésta es una de las técnicas más complejas que aparecen en el curso ya que la resolución de ecuación se realiza por un método indirecto, pero tiene la ventaja de la analogía con la técnica para las ecuaciones expresadas como productos nulos. La otra técnica usual para estos casos, sostenida en el pasaje de términos (o su versión formal, realizando operaciones miembro a miembro), no se menciona.

No se perciben elementos indicadores de un trabajo elaborado sobre las técnicas. El cuestionamiento acerca de sus alcances y limitaciones no aparece contemplado. La atención a la existencia de más de una técnica para realizar una tarea aparece en dos ocasiones: para realizar el gráfico de una función lineal en la que, pese a que no se explicita, podría verse sugerido el trabajo con dos técnicas distintas y el caso ya mencionado de la resolución de inecuaciones lineales.

Análisis global:

Varios aspectos constitutivos de la actividad matemática no son alcanzados por la propuesta. Así, la actividad matemática que se propicia desarrollar en el estudiante soslaya sus aristas más ricas. Las actividades consisten en ejercicios estereotipados, de consignas simples y directas y que requieren bajo grado de elaboración por parte del estudiante.

Aportes a la caracterización del perfil propuesto a partir de las entrevistas a los coordinadores

La visión de los dos coordinadores entrevistados fue sustancialmente distinta en cuanto a lo que se espera que sepan los estudiantes que realizan el curso de Matemática. Cada uno de ellos enfocó su respuesta desde lugares diferentes.

El coordinador 1 señaló que los asuntos matemáticos señalados son resolver ecuaciones lineales y cuadráticas, estudiar funciones de tipo polinómicas y otros que escapan a las temáticas que aquí se estudian, lo que resulta alineado con lo analizado en las actividades. Las consideraciones de tipo más global se expresaron también muy coherentes con lo caracterizado más arriba. Entre ellas: el brindar herramientas básicas de cálculo, el carácter de curso instrumental y la falta de atención a cuestiones relativas a la validación y a la resolución de problemas. Los temas estudiados son necesarios para cursos posteriores del área, lo que realza el carácter propedéutico del curso:.

Por su parte, el coordinador 2 aportó precisiones sólo en términos de una actividad matemática transversal: resolver problemas. El resto de sus consideraciones pueden enmarcarse en una mirada más política y más general de la cuestión, priorizando los objetivos generales del CBC (en particular, la adaptación a la vida universitaria) y los intereses de las distintas facultades, más que los específicos de la asignatura Matemática. Por lo tanto, su respuesta a este asunto presentó poco vínculo con la Matemática que se enseña. No obstante, el lugar que otorgó al manejo de los parámetros es algo que puede destacarse y que merece una atención especial que se realiza aquí más adelante.

Lo central de su respuesta en cuanto a lo que se espera que los estudiantes sepan fue:

> No tiene un objetivo central que si no saben tal cosa (…). Es un Precálculo en donde están estos temas pero podrían haber estado otros. Es acompañar, abrir una ventana a lo que es el pensamiento matemático, la posibilidad de resolver un problema y nada más (Coordinador 1)

Su respuesta, de carácter muy general, habilita algunas reflexiones y cuestionamientos. La iniciación al pensamiento matemático asume, implícitamente, la necesidad de abordarlo en estudiantes que han atravesado ya doce años de escolaridad en los que la Matemática siempre estuvo presente. Por otro lado, del análisis de las respuestas, surge el interrogante acerca de cómo es entendida la resolución de problemas por el coordinador. Del análisis aquí realizado, este aspecto está prácticamente ausente en las actividades, que incluyen unos cuantos ejercicios contextualizados de funciones que no pueden ser entendidos como problemas, en el sentido dado aquí. Una interpretación posible, aunque cuestionable, de la respuesta del coordinador 2 es que ciertos problemas matemáticos contextualizados son transformados por el diseño de la propuesta didáctica y se expresan en los ejercicios mencionados.

La desgrabación de las entrevistas puede verse en el Anexo 5.

Modificaciones en el perfil propuesto en Matemática del CBC

Como se ha indicado, a mediados de 2012 el material del curso de Matemática del CBC fue modificado. Esta variante invita a analizar las modificaciones introducidas en el perfil propuesto respecto del ya determinado para este curso. Los cambios realizados consistieron en el agregado de ejercicios, la mayoría de ellos extraídos de parciales ya tomados o similares a ellos (según indica la nueva Guía Docente), la introducción de cambios menores en muchos ejercicios y la supresión de otros. En términos del interés de esta investigación, las modificaciones son las siguientes:

Números:

En esta temática, las variantes son significativas, a pesar de que la cobertura anterior no era amplia. Aparecía el trabajo con los irracionales como radicales, los números decimales en la operatoria, en el ordenamiento y comparación de números y en el pasaje de fracción a decimal. Comparar y ordenar números era una actividad presente en varios ejercicios y que en el nuevo material sólo aparece al representar intervalos en la recta real. Como contrapartida, en el nuevo material se incrementan los ejercicios combinados (de cuatro a doce). Los coordinadores entrevistados reconocen la menor atención al tema, dada centralmente por la no inclusión de los irracionales. Los motivos esgrimidos para esta decisión no son idénticos aunque tampoco contradictorios: en un caso, se menciona la dificultad del tema sumada al reconocimiento de que los estudiantes no disponían de conocimientos mínimos sobre él, mientras que en el otro caso, se fundamenta en destinar más tiempo a otros temas.

En síntesis, en lo numérico se pasa de una cobertura limitada a una cobertura mínima, con un mayor peso de la ejercitación reiterativa.

Álgebra:

También en este tema hay algunas variantes y esto se centra en lo relativo a las fracciones algebraicas. El tratamiento de las ecuaciones era similar en cantidad y calidad aunque ahora aparece mejor balanceado ya que se eliminó la única ecuación que implicaba un importante trabajo con expresiones algebraicas fraccionarias, sustituyéndose por otras más sencillas. A propósito, el nuevo material incluye varios ítems de operatoria con fracciones algebraicas que antes no aparecían. No hay modificaciones significativas en lo que refiere a las inecuaciones, excepto una mayor cantidad de ítems. En lo que hace a los polinomios, contemplados al estudiar funciones polinómicas, la ejercitación propuesta es similar a la anterior aunque más abundante.

Funciones:

El tratamiento no tiene modificaciones sustantivas, excepto en que hay más ítems de funciones dadas por sus fórmulas a las que hay que buscarle el dominio natural.

Funciones lineales y cuadráticas:

No presenta modificaciones excepto que el nuevo material tiene mayor cantidad de ejercitación que versa sobre las mismas cuestiones. Los ejercicios del estilo de los que se toman en las evaluaciones parciales, agregados en el nuevo material, evidencian el peso en las cuestiones ya señaladas en el análisis anterior y tienen la novedad del otorgamiento de un peso importante a las fórmulas de funciones que contienen parámetros, cuyo valor hay que hallar a partir de conocer algún dato de la función. Al respecto, los coordinadores coincidieron en que esta ampliación se fundamenta en su presencia en las evaluaciones parciales. Además, uno de ellos fundamentó su inclusión en que este tipo de ejercicios favorece la comprensión de las nociones involucradas. Enseguida, se realiza una consideración especial sobre este asunto.

Actividad matemática transversal:

Las modificaciones realizadas en el material no derivan en ninguna variación sustancial en cuanto a los aspectos que se atienden de la actividad matemática.

Sobre las actividades con parámetros:

Uno de los coordinadores entrevistados (el coordinador 2) señaló que “Nosotros adherimos a que la Matemática se aprende resolviendo problemas. Pero eso requiere un hábito y un tiempo y no podemos resolver esa situación en tres o cuatro meses. Lo que más se aproxima a eso es dar un concepto, pensarlo, y el parámetro es un recurso que te ayuda a entender si la definición es fácil, si se entiende la idea de lo que está dando". Para analizar esto, se realizó una mirada sobre todas las actividades que incluyen parámetros. El tipo de manifestación es del siguiente tipo: se da una situación descontextualizada en la que alguno de los objetos matemáticos involucrado contiene un parámetro. La consigna acciona sobre la búsqueda del valor de ese parámetro para que se cumpla una cierta relación matemática entre el objeto que contiene el parámetro y otro objeto matemático o una propiedad. El uso de esa relación deriva en el planteo de una ecuación cuya solución es el valor (o valores) buscado del parámetro. La frecuencia con la que aparecen estas actividades es la siguiente: 7 en Números y Álgebra, 11 en Funciones (1 con dos parámetros). Esta cantidad puede evaluarse como importante aunque no abundante, respecto del total de las actividades.

A partir de lo analizado, se observa que no hay actividades que contemplen un uso más amplio del parámetro, como la posibilidad de analizar distintos casos en una misma situación. Tampoco hay en la Guía Docente indicaciones específicas sobre qué se pretende trabajar en la clase acerca de esta cuestión. Por esto, puede decirse que la idea señalada respecto del aporte de los parámetros a la comprensión de las nociones no se expresa en la ejercitación propuesta.

Análisis global de las modificaciones en el perfil propuesto en Matemática del CBC

Los coordinadores entrevistados acordaron en que los cambios realizados obedecen a una intención de ajuste del material a los requerimientos de los exámenes; más específicamente, para que los estudiantes dispongan de ejercitación que les facilite la preparación de los exámenes. Con esto, queda explicitado un sobredimensionamiento de la evaluación en la propuesta de enseñanza, lo cual ha sido observado por distintos autores del campo de la Educación. A esto hacen referencia Camilloni, Basabe y Feeney (2009) cuando señalan que varios trabajos han puesto de manifiesto cómo “la evaluación tracciona la enseñanza mediante la influencia que los formatos de evaluación ejercen en la jerarquización de los contenidos, las formas de presentación y tratamiento, la asignación de tiempos, lo cual se conoce como validez retroactiva” (p.4). Es posible que la evaluación sea el elemento de control de la propuesta didáctica que las coordinaciones evalúan como más accesible para cursos masivos en donde es alto el número de docentes que la implementan y, de ahí, su lugar destacado.

Sintetizando lo dicho más arriba, el nuevo material es más abundante en ejercitación y observa diferencias significativas en el tratamiento de lo numérico y, en menor medida, de lo algebraico. En Números, la reducción aplicada apenas permite hablar de un tratamiento del tema, casi restringido a los ejercicios combinados y a algunos aspectos de las propiedades de las operaciones. En cambio en Álgebra, se contempla ahora la operatoria con fracciones algebraicas y se requiere de un manejo mayor de literal como parámetro, aunque esto sólo aparece en el contexto funcional.

En una mirada integral, el nuevo material no atiende las limitaciones del anterior, excepto la cobertura de las fracciones algebraicas y profundiza la desatención de lo numérico como tema de estudio. El incremento de la presencia de la ejercitación análoga es, probablemente, la variante más destacada.

Ante la consulta a los coordinadores acerca de qué es lo que se espera que los estudiantes aprendan, la respuesta de uno de ellos resulta claramente alineada con lo observado aquí (resolver ecuaciones lineales y cuadráticas, estudiar funciones polinómicas), mientras el otro coordinador destacó la intencionalidad de que los estudiantes se acerquen a la resolución de problemas, cosa que no se observó expresada en el análisis de las actividades, según la forma en que la resolución de problemas es entendida en este trabajo.

EL ABORDAJE TEÓRICO – CONCEPTUAL DE LAS NOCIONES MATEMÁTICAS

LA MATEMÁTICA EN EL CICLO DE INICIO A LOS ESTUDIOS UNIVERSITARIOS

Uno de los objetivos perseguidos en la investigación es describir características y particularidades de la Matemática en el Ciclo de Inicio a los Estudios Universitarios. En lo ya desarrollado en este capítulo ha quedado expresado el descuido en la atención de las nociones teóricas que se observa en las actividades para el aprendizaje. Con la intención de dar mayores precisiones sobre este asunto, se buscó en los desarrollos y/o síntesis teóricas de los materiales propuestos a los estudiantes, las referencias a los elementos que fueron detectados como descuidados. En lo que sigue se exponen esas particularidades que se expresan, en algunos casos, en imprecisiones y, aún, errores.

El lugar de la teoría y la práctica

Los materiales que se ofrecen a los estudiantes para el aprendizaje de la Matemática en los cursos analizados, presentan una separación entre dos elementos. Uno de ellos está compuesto por las actividades para el aprendizaje (el insumo principal de esta investigación para la caracterización de los perfiles y que fue llamado material de Matemática); el otro, no siempre presente, conformado por un desarrollo y/o síntesis de las nociones teóricas contempladas (no utilizado para los perfiles). En la mayoría de los casos esta división se expresa en dos partes separadas, una a continuación de la otra, mientras que en otros hay una cierta alternancia entre un elemento y otro, aunque siempre claramente demarcados. También hay varios que sólo incluyen la primera de las partes mencionadas. Con esto, se asume aquí que en las propuestas de enseñanza expresadas en los materiales propuestos a los estudiantes se postula una división muy explícita entre lo que podría llamarse a modo simplificado pero coherente con los rótulos que aparecen en los materiales, teoría y práctica. La teoría está en los desarrollos y/o síntesis teóricos y, eventualmente, en algunos ejercicios que retoman las cuestiones abordadas ahí, y la práctica está concentrada en la otra parte del material, lo que en esta investigación se llamó específicamente materiales de Matemática.

Esta organización de la teoría y la práctica puede entenderse como coherente con los modelos más clásicos de enseñanza de la Matemática en los que el profesor está a cargo de la teoría y de ejemplos ilustrativos y el estudiante está a cargo de la práctica. En particular, el *modelo normativo* que plantea Charnay (1998) se ajusta a esta situación.

Imprecisiones en el tratamiento de las nociones teóricas

Así como el tratamiento de lo numérico y algebraico pone énfasis en la operatoria, también incurre en variadas imprecisiones, omisiones y hasta errores asociados a esos temas que fueron observados al realizar el análisis de los materiales de Matemática y que justifican una atención específica. Todas las cuestiones que se exponen tienen su origen en los materiales de Matemática pero se ha recurrido a los desarrollos y/o síntesis teóricas que los acompañan para indagar acerca de su tratamiento. La consideración especial de estas cuestiones no tiene que ver con la frecuencia con la que se observaron sino con el interés que tienen en sí mismas. En lo que sigue se desarrollan algunas de ellas, la que se entienden aquí como más relevantes.

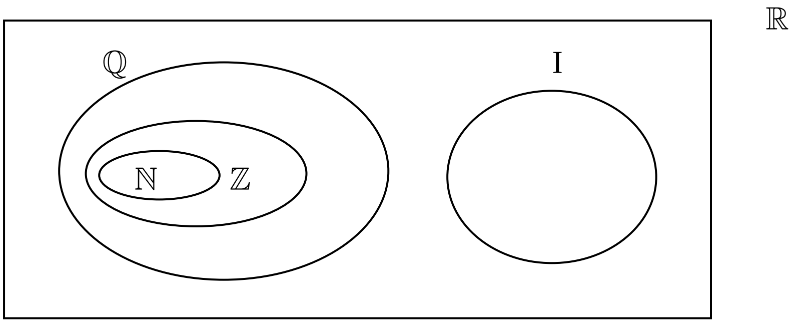
Acerca de lo numérico

Un tema delicado y que merece una atención particular por parte de la enseñanza es lo asociado a procesos inversos de funciones no inyectivas (por ejemplo, resolver ecuaciones cuadráticas de la forma $x^2 = a$, con $a > 0$, resolver ecuaciones trigonométricas del tipo $sen\ x = a$, con $-1<a<1$). Dentro de esta cuestión, está la definición de radicación, asociada al problema de la no inyectividad de la función cuadrática. ¿Cómo se define la raíz de índice par de un número no negativo? Conviven en la Matemática del Ciclo de Inicios a los Estudios Universitarios dos definiciones contradictorias. De los materiales que exhiben una definición, están los que lo hacen de un modo que se corresponde con la aceptada en el campo disciplinar; esto es aquella en la que la raíz de índice para (*n*-ésima, con *n* par) de un número real no negativo es el único número no negativo que elevado a la potencia n-ésima da por resultado dicho número; por ejemplo, $\sqrt{\mathbf{4}} = \mathbf{2}$ ya que *2* es el único número real no negativo que elevado al cuadrado da 4. El número *-2*, que es negativo, elevado al cuadrado también da *4*. De esta forma, la raíz de índice par queda tiene resultado único. En el hecho que la potenciación de exponente par es una operación *dos a uno* (cada par de dos reales opuestos tienen el mismo cuadrado) pero en su inversa, la radicación de índice par, cada real no negativo está unívocamente determinado, está la complejidad de la situación. Al momento de resolver ecuaciones como $x^2 = 4$ se pone en juego esta complejidad, ya que la radicación tiene resultado único pero la ecuación cuadrática tiene dos.

En varios cursos aparece una definición alternativa para la radicación de índice par que admite dos soluciones (por ejemplo, $\sqrt{\mathbf{4}} = \pm\mathbf{2})$, extendiendo una construcción también observada en bibliografía destinada al nivel medio, que entra en conflicto con la aceptada en el campo disciplinar y que puede asociarse a visiones muy instrumentales de la Matemática. En algunos de estos casos, se realiza una distinción entre $\sqrt{\mathbf{a}}$ (con dos resultados) y el *valor aritmético* de $\sqrt{\boldsymbol{a}}$ (con resultado sólo positivo); en particular, en uno de los materiales se señala que la consideración del valor aritmético resuelve el problema de la ambigüedad de la definición. En otro caso se observa que se define con dos resultados, pero se aclara que el símbolo $\sqrt{\mathbf{a}}$ se reserva para la solución positiva. Esta definición alternativa soslaya la complejidad mencionada de los procesos inversos de funciones no inyectivas pero presenta inconsistencias lógicas al aceptar que un mismo símbolo designa a un valor u otro, También en el terreno de lo numérico se encontraron, sin realizar un relevamiento completo, en los apartados teóricos de dos materiales, una ilustración con diagramas de Venn que exhibe las relaciones de inclusión entre los distintos conjuntos numéricos. El diagrama es el que se muestra enseguida:

Figura 4:

Ilustración encontrada en dos materiales teóricos sobre relaciones de inclusión entre los conjuntos numéricos



El esquema expuesto incurre en un error conceptual, ya que contempla la existencia de números reales que no son racionales ni irracionales.

Acerca de lo algebraico

A las contradicciones que conduce la aceptación de la definición alternativa de radicación mencionada más arriba, se suman casos de cursos en los que esa idea convive con otra –incompatible con la anterior– que dice que $\sqrt[n]{\boldsymbol{a^n}} = |\boldsymbol{a}|$, con *n* par (ésta sí aceptada por la comunidad matemática).

Más generalizado que lo anterior es que no se explicite ni se analice el campo de validez de las propiedades. Se supone cuantificados de forma universal a ciertos enunciados, como cuando se formula como propiedad $(\mathbf{a}+\mathbf{b})^{\mathbf{2}} = \mathbf{a}^{\mathbf{2}} + \mathbf{2ab} + \mathbf{b}^{\mathbf{2}}$, en lugar de "para cualquier real *a* y cualquier real *b*: $(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})^{\mathbf{2}} = \boldsymbol{a}^{\mathbf{2}} + \mathbf{2}\boldsymbol{ab} + \boldsymbol{b}^{\mathbf{2}}$". Este supuesto de que el aprendiz debe asumir la cuantificación universal no parece una decisión que favorezca la comprensión de las nociones involucradas.

En la misma línea, se trabaja con expresiones algebraicas racionales sin señalar ni pedir su dominio de definición y se realizan simplificaciones sin considerar para qué valores de la variable son válidas. Por ejemplo, se propone simplificar la expresión $\frac{x^2-4}{x-2}$, esperando como respuesta $\frac{x^2-4}{x-2} = x - 2$ sin dar ni solicitar los alcances de esa igualdad.

También se propone operar con radicales con radicando literal sin condicionamientos sobre su dominio de definición lo cual, además, conduce a inconsistencias cuando se extraen factores literales. Por ejemplo, al extraer factores de $\sqrt{8a^3b}$, se espera como resultado $2a\sqrt{ab}$ sin que la consigna accione sobre los valores de *a* y de *b* para los cuales tienen sentido las expresiones originales y la propiedad aplicada. En algunos casos, se realiza la salvedad de que los literales toman los valores para los cuales los radicandos o las expresiones algebraicas están bien definidos al comienzo de las actividades pero en ningún caso se realiza en cada situación, confirmando que el trabajo sobre las restricciones a los literales que intervienen en las operaciones es considerado secundario o directamente soslayado. No obstante, vale observar que en una situación como la última, aún se atendiera a los dominios de definición, el resultado propuesto es incorrecto.

En cuanto al tratamiento de la factorización de polinomios, en muchos casos, se reduce al estudio de los casos clásicos que se expresan en actividades cuya consigna es *factorear los siguientes polinomios* o aún *factorear las siguientes diferencias de cuadrados*, *factorear los siguientes trinomios cuadrados perfectos*, etc. Enfocada la enseñanza de la factorización de esta manera (y reducida a eso), se propicia una idea distorsionada de su significado. La factorización funciona de hecho como una nueva operación entre polinomios, en este caso, unaria, que toma ciertos polinomios y devuelve su expresión factorizada mediante los casos clásicos.

Igual que en el caso de la radicación, aparecen construcciones teóricas conflictivas. Por ejemplo, se observa la mención a que un polinomio esté factorizado pero no totalmente factorizado para el caso en que se ha realizado una escritura como producto en donde uno de los factores no es irreducible y será factorizado en un paso posterior. Por ejemplo, $p(x) = x^3 - x$ está factorizado pero no totalmente factorizado cuando se lo escribe como $p(x) = x.(x^2 - 1)$ y sí está totalmente factorizado al escribirlo como $p(x) = x.(x - 1).(x+1)$.

Profundizando en esta cuestión, resulta interesante preguntarse cuándo un polinomio está factorizado (o totalmente factorizado) desde esta óptica. La respuesta a esta pregunta no puede ser otra que cuando el polinomio queda escrito de forma tal que no pueden aplicársele los casos clásicos a los factores obtenidos. En particular, el factor común, de uso frecuente en actividades no vinculadas a la factorización de polinomios, se expresa sumamente rígido, ya que en situaciones como $8x - 4$, la única forma aceptable es $4.(2x - 1)$. De esta forma, se pierde la posibilidad de trabajar la flexibilidad en la operatoria que se espera de un estudiante hábil en estas cuestiones, que debería poder extraer el factor común que sea conveniente para la acción que se pretenda realizar.

En el tratamiento de este tema se expresa cómo la prioridad otorgada a la destreza operacional incurre en un abandono de la atención de las nociones teóricas asociadas, distorsionándolas de modo tal que las propias técnicas que se priorizan pueden ser aún incorrectas. En síntesis, se determina un conjunto de conocimientos que se expresa distante del campo disciplinar de referencia.

Acerca de las funciones

En cuanto al tratamiento de las funciones, es generalizada la identificación de función con fórmula, sin explicitar su dominio y codominio, hecho que se manifiesta en el uso de la expresión *la función f(x) = …*. Esta licencia aparece habitualmente en libros y clases de Matemática superior y descansa en la asunción por parte del lector o estudiante que las funciones están definidas de su dominio natural en los reales, a menos que se indique lo contrario. En estudiantes que se encuentran en el inicio de sus estudios universitarios no resulta una práctica que favorezca la comprensión de la noción de función.

El énfasis en lo operacional se expresa en lo funcional de diversos modos. Por ejemplo, en actividades del tipo *dar el dominio de la función f(x) = …*, en donde la fórmula suele presentar una expresión algebraica de una complejidad que probablemente no volverá a aparecer en el resto del tratamiento del tema y aún de toda la asignatura. En este tipo de ejercicios, además de que sólo pretenden la práctica de la resolución de ecuaciones o inecuaciones, se incurre en imprecisiones acerca de la noción de dominio, que se asume como el dominio natural, y en la que subyace la idea de que una función es una fórmula a la que luego se le asocia un dominio unívocamente determinado. Ya sin imprecisiones, el énfasis en lo operacional se expresa también en la atención privilegiada a la obtención de la ecuación de la recta o de la parábola, en detrimento de otras cuestiones como el cociente constante de incrementos o la simetría, aún cuando el enfoque del tema es funcional y no propio de la Geometría Analítica, en donde sí el estudio de las ecuaciones de los objetos geométricos es temática de interés.

Síntesis de las imprecisiones en el tratamiento de las nociones teóricas

Las construcciones teóricas alternativas explícitas o subyacentes, más arriba detalladas, establecen una distancia entre la Matemática del Ciclo de Inicio a los Estudios Universitarios y el campo disciplinar de referencia. En esta lógica, un mismo símbolo como el radical puede representar a un número o a dos, siendo el sentido común o el contexto el que determina cuándo debe usarse uno u otro, así como también se asume la ambigüedad de definiciones aportadas por el campo disciplinar que son subsanadas en los ámbitos escolarizados o también, no resulta problemático adoptar nociones de alto grado de imprecisión o aún contradictorio.

En síntesis, se observa con cierta frecuencia que los objetos matemáticos relacionados con lo numérico, algebraico o funcional tienen sólo un valor instrumental destinado a la operatoria y, que este fin se sostiene soslayando la problematización de las nociones teóricas, aún a costa de incurrir en imprecisiones y errores.

CAPÍTULO 5: DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES

Esta investigación se situó en una problemática del ámbito superior como lo es el ingreso a las universidades públicas y particularmente atendió algunos asuntos relativos a la enseñanza de la Matemática, una de las disciplinas que aparecen con frecuencia en las instancias de ingreso.

La Matemática en el acceso a los estudios universitarios no ha sido abordada por estudios previos sino centralmente a través del análisis de dificultades y errores que los ingresantes manifiestan. En particular, no se han encontrado estudios que atiendan a la enseñanza de la Matemática, en forma integral, en el nivel mencionado. Los altos índices de rezago y abandono que se observan en el acceso al grado y los pobres resultados que suelen darse en el aprendizaje de la Matemática en los distintos niveles educativos, otorgan un interés especial a su estudio y originalidad a esta investigación.

Para delimitar los alcances de lo que comprende la Matemática en el acceso al grado, se utilizó la noción de *Matemática en Ciclo de Inicio a los Estudios Superiores*, conformada por todo lo que atañe a la enseñanza y al aprendizaje de la Matemática, así como también a lo relativo a lo organizacional, en los cursos de ingreso -con la modalidad que éstos adquieran- y también por las asignaturas del área del primer año cuando se accede al grado directamente.

Por tratarse de un campo no abordado, se realizó una etapa exploratoria con el propósito de obtener un panorama general de los aspectos organizacionales de la Matemática del Ciclo de Inicio a los Estudios Superiores.

Entre los resultados de esa exploración se observaron patrones comunes en cuanto a los temas de Matemática que se trataban. También se encontró una amplia diversidad en cuanto a los destinatarios de los cursos, los mecanismos de admisión y más aún en la modalidad en las que dictan los cursos.

En esta primera etapa también se indagó acerca de las temáticas tratadas en los cursos. La cierta homogeneidad encontrada en cuanto a esa cuestión, alentó en la idea de describir generalidades de la enseñanza de la Matemática en estas instancias. Así, se entendió apropiada la construcción teórica de *perfil matemático propuesto* y, en particular, la de *perfil matemático propuesto mayoritario* y la de *perfil matemático propuesto en la asignatura Matemática del CBC de la UBA*. Esta noción, la de perfil matemático propuesto comprende los saberes y la actividad matemática específica de esos saberes y transversal a ellos que desde la enseñanza se propone que los estudiantes aprendan a través de las actividades diseñadas para el aprendizaje. El perfil propuesto mayoritario refiere a los saberes y actividad matemática que aparecen con más frecuencia en las propuestas de enseñanza (en por lo menos el 50 %) y el perfil propuesto en Matemática del CBC de la UBA, corresponde a los saberes y actividad matemática que se proponen al estudiante que cursa la asignatura Matemática en el Ciclo Básico Común de la Universidad de Buenos Aires.

Para la obtención de los datos que permitieran el análisis de los perfiles mencionados, se apeló a distintas técnicas. Se sistematizó la información mediante grillas que cubrieron los aspectos matemáticos determinados a partir del marco teórico y que se completaron considerando la presencia o ausencia de los mismos en cada uno de los cursos relevados. También se utilizaron técnicas cualitativas, como en el caso de las entrevistas a dos coordinadores del CBC.

En el análisis de los datos también se utilizaron los porcentajes de manifestación de las distintas sub-categorías, para luego recurrir a análisis de tipo didáctico-matemático para la caracterización de los perfiles.

En suma, esta investigación pretendió realizar un aporte a la comprensión del funcionamiento de la enseñanza de la Matemática en el acceso a los estudios universitarios. Esto, junto con las características del problema de investigación planteado y el peso de los análisis didácticos realizados, delinean un estudio de tipo cualitativo, aunque también el estudio se ha nutrido de técnicas de recolección y análisis de datos usualmente asociadas a los estudios cuantitativos.

Este capítulo final está organizado en torno de las distintas cuestiones abordadas a lo largo de la investigación: la Matemática y el ingreso a las universidades estatales argentinas y lo que se espera que sepan de Matemática los ingresantes. Se sintetizan los aspectos más destacados, se exponen y discuten los resultados obtenidos y, a partir de todo lo anterior, se propone un avance hacia una caracterización de la enseñanza de la Matemática en el Ciclo de Inicio a los Estudios Universitarios, que abre diversas líneas para avanzar en futuras investigaciones.

MATEMÁTICA Y EL INGRESO A LAS UNIVERSIDADES ESTATALES ARGENTINAS

El acceso a la universidad estatal en la Argentina presenta un abanico de variantes. En una versión simplificada de esta variedad, puede decirse que conviven el ingreso directo al primer año, los cursos de ingreso no eliminatorios, los cursos de ingreso cuya desaprobación permite iniciar la carrera pero con limitaciones, los cursos de ingreso eliminatorios y los cursos de ingreso eliminatorios con cupo. Es relevante destacar que en el sistema universitario estatal argentino, el acceso mediante un mecanismo compuesto únicamente de un examen eliminatorio, no está presente. Pero la diversidad mencionada no se reparte de forma pareja en cuanto al estudiantado que afecta: por ejemplo, en la UBA (aproximadamente un cuarto de la población universitaria estatal) el acceso es directo mediante el cursado del CBC y en las seis universidades nuevas del conurbano debe aprobarse un curso de ingreso (aproximadamente, 6,6 % de la población universitaria estatal). También en una forma muy simplificada, puede decirse que son más los estudiantes que ingresan sin restricciones (el 60% según Duarte, 2004) que aquellos a los cuales se les limita el inicio de la carrera si no aprueban la instancia propuesta para el ingreso. Con esto queda claro que en la Argentina, la forma de acceso al nivel universitario estatal presenta una complejidad que no puede explicarse sólo en términos de la dualidad ingreso selectivo – ingreso irrestricto. Resulta evidente que la fachada de ingreso irrestricto que tiene el acceso a la educación superior en la Argentina, justificada en el hecho de que la mayoría de los estudiantes sí accede al nivel sin restricciones y en que la mega universidad del sistema (la UBA) no pone restricciones, presenta varias otras formas que la cuestionan.

La proliferación de cursos de ingreso es una expresión de que la alternativa elegida por el sistema universitario estatal es la ampliación de la escolaridad, en el sentido de ampliación de la cursada. Sin embargo, las distintas universidades atienden esta extensión de manera muy diversa: los cursos van desde un par de semanas hasta un cuatrimestre y pueden dictarse en una única modalidad o en varias, incluyendo modalidades no presenciales o semi-presenciales. Todo esto justifica que el acceso al nivel superior merece una consideración específica a partir de la variedad observada en las modalidades de ingreso. Además, en esta etapa, la Matemática tiene una presencia destacada como asignatura. Por todo esto, se propuso llamar Matemática en el Ciclo de Inicio a los Estudios Superiores a lo relativo a la enseñanza y el aprendizaje de la disciplina así como también a lo organizacional, en las instancias de ingreso y también por las asignaturas del primer año cuando el ingreso es directo. En este ciclo, la Matemática no sólo aparece para los estudiantes que realizan carreras de estrecho vínculo con la disciplina, sino que también se encuentran casos de carreras poco afines o aún no afines a la Matemática. Esto abre un interrogante para investigaciones futuras: ¿Por qué la Matemática forma parte de la programación del ingreso? De manera muy preliminar, los resultados de esta investigación sugieren que no habría una respuesta uniforme de las distintas universidades a esta pregunta. En la mayoría de los casos, aquellos en que la Matemática tiene continuidad en las carreras, podría entenderse vinculado a la nivelación de los conocimientos de los estudiantes, basada en la revisión de contenidos estudiados en la escuela media. Pero también están los casos en que no hay continuidad en el estudio de la disciplina o también aquellos en que todos los estudiantes de la universidad deben cursarla, sin importar si la carrera es afín o no a la Matemática. En el caso particular de Matemática del CBC de la UBA, uno de los coordinadores fue explícito en cuanto a que lo que se enseña está vinculado a necesidades futuras de otras asignaturas del área, aunque lo expresado por el otro coordinador no sugiere lo mismo. Sería de sumo interés avanzar en los motivos correspondientes al por qué de la inclusión de Matemática como asignatura en instancias de ingreso de las distintas universidades y facultades.

Para una primera aproximación al conocimiento de la Matemática del Ciclo de Inicio a los Estudios Universitarios se realizó un relevamiento de los cursos que tuvieran a la disciplina como asignatura, con el propósito no sólo de contabilizarlos sino también de conocer sus destinatarios y la existencia o no de restricciones al ingreso, entre otras variables. La diversidad hallada fue tan notable que debió recurrirse a la construcción de categorías que permitieran describir esta variedad. Así, se encontraron cursos eliminatorios y no eliminatorios pero también cursos que establecen condicionamientos ligados a la carrera (limitaciones a la cursada del primer año, nota del curso de ingreso como una nota de alguna materia del primer año, etc.). Esto último puede verse como una construcción novedosa, ya que se aleja de la dicotomía ingreso selectivo – ingreso irrestricto (asociada a los cursos eliminatorios y no eliminatorios), proponiendo otra forma que expresa, o por lo menos favorece, una continuidad entre la instancia de ingreso y la carrera de grado. Estudiar cómo se manifiesta esto en cada caso, es una punta de interés para un estudio posterior.

En cuanto a los destinatarios, los cursos están dirigidos a carreras de Ciencias Exactas e Ingeniería, también a (otras) carreras afines a la Matemática, también a carreras no afines a la Matemática, a carreras varias (afines y no afines) y hasta cursos que alcanzan a la totalidad de las carreras de la universidad, siendo sus carreras de campos variados. Esto determina, indudablemente, una fuerte presencia de la Matemática en las instancias de ingreso. Por último, una dimensión que desbordó las posibilidades de esta investigación fue la de la modalidad de cursado: la duración y formas propuestas para la realización de los cursos presentó una diversidad tal que requeriría de un estudio especial sobre ellas. De todos modos, pudo observarse que hay desde cursos muy breves (un par de semanas) hasta cursos que duran un cuatrimestre así como también varios cursos que se ofrecen en más de una modalidad de cursado. En el estudio en profundidad de esta cuestión se encuentra una posibilidad de ampliación futura de esta investigación.

En este primer acercamiento también se indagó acerca de qué contenidos se desarrollaban en los cursos, observándose un grado de homogeneidad que contrasta con la heterogeneidad de las otras variables analizadas. Las temáticas tratadas corresponden, mayormente, a lo numérico, al Álgebra Básica y a las Funciones Elementales (en general, las lineales y las cuadráticas).

A partir de lo anterior, puede sintetizarse el primer resultado relevante de la investigación: en el Ciclo de Inicio a los Estudios Universitarios hay una presencia fuerte de la Matemática ya que no sólo aparece como asignatura en las carreras más afines a la Matemática sino también en otras, los cursos de esta disciplina se inscriben en diversos mecanismos de acceso al grado, con modalidades de cursado muy variadas pero los contenidos de enseñanza más frecuentes son similares.

Conocido el ámbito en una primera instancia y, observada la importancia que la Matemática tiene en él, esta investigación se centró en qué esperan las universidades y facultades que los estudiantes sepan de esta disciplina para acceder al grado.

EL PERFIL PROPUESTO EN MATEMÁTICA

Diversos estudios han dado cuenta de las dificultades en el aprendizaje de la Matemática en estudiantes del nivel que aquí interesa pero no se ha encontrado bibliografía que se ocupe de la enseñanza de la Matemática en el Ciclo de Inicio a los Estudios Universitarios en forma sistémica. Por esto, el interés central de esta investigación fue conocer qué es lo que se espera que los estudiantes sepan de Matemática para ingresar al grado. Esto fue analizado en un cierto nivel de concreción de las propuestas de enseñanza: el de programación de los cursos, que tiene entre sus componentes a las actividades para el aprendizaje que se expresan en materiales prácticos o teórico-prácticos, propuestos por coordinaciones centralizadas debido a su alcance masivo. Se logró tener acceso a un número importante de esas actividades gracias a su difusión a través de las páginas web de las universidades y facultades. Con esto se constituyó una muestra no aleatoria, por lo que lo analizado se circunscribe a ella, aunque su amplitud y variedad es más que importante.

Para estudiar lo que se espera que los ingresantes sepan de Matemática, se propuso la construcción del *perfil matemático propuesto*, entendido como el conjunto de saberes matemáticos y actividad matemática, específica y transversal a esos saberes, que se propone a los estudiantes, analizado a través de los materiales impresos de estudio. Acorde con el interés de un acceso integral a la Matemática del Ciclo de Inicio a los Estudios Universitarios, se decidió caracterizar dos de los posibles perfiles: el perfil propuesto mayoritario y el perfil propuesto en la asignatura Matemática de la UBA, los que fueron caracterizados a partir de las guías prácticas que se proponen a los estudiantes.

Perfil propuesto mayoritario

El perfil propuesto mayoritario fue considerado como el conjunto de saberes y actividad matemática que aparecen en más del 50 % de los cursos y el perfil propuesto en

Matemática de la UBA como el conjunto de saberes y actividad matemática propuesto en el curso de Matemática de la UBA, asignatura que está dirigida a carreras tanto afines (aunque no las más afines) como no afines a la Matemática.

La caracterización del perfil propuesto mayoritario se realizó a partir del estudio de los saberes y la actividad matemática, específica y transversal a ellos. La amplia mayoría de las componentes del perfil propuesto mayoritario es actividad matemática específica de los contenidos. La actividad matemática transversal que se propone que el estudiante desarrolle está apenas contemplada y se reduce a la conversión entre algunos registros y la decisión acerca de la veracidad de enunciados que requieren justificaciones simples. El resto de lo relativo a la actividad matemática transversal tiene muy baja presencia aún si se mira al conjunto total de cursos considerados más allá del perfil caracterizado. Un estudio en profundidad sobre la actividad matemática transversal en estas instancias iniciales de los estudios universitarios puede ser abordado por investigaciones futuras.

A partir de lo anterior, puede darse un segundo resultado de la investigación: en el grupo de cursos estudiados, se soslayan casi todos los aspectos considerados aquí como constitutivos del quehacer matemático tales como la modelización, la resolución de problemas, la búsqueda de patrones, la validación y la caracterización y definición de objetos matemáticos. El foco está puesto en actividad matemática específica de los contenidos, vinculada principalmente a la operatoria con números y expresiones algebraicas.

El tercer resultado de la investigación es el que surgió de cruzar al perfil propuesto mayoritario con el mecanismo de admisión y con los destinatarios de los cursos. Quizás el resultado más significativo es lo limitado, en términos cuanti y cualitativos, del perfil propuesto mayoritario en cursos no eliminatorios. En cuanto a la amplitud del perfil, los eliminatorios y los de aprobación ligada al grado son los mayores y, como se dijo, los no eliminatorios quedan bastante lejos en la escala. Pero también se observó que los eliminatorios, presentaron una diferencia sustantiva a favor en el promedio de presencia de las sub-categorías. Esto último es un indicador de cursos más extensos en la cobertura de los temas y que quizás esté asociado a cursos de mayor duración.

En cuanto a los destinatarios a los que se dirige la asignatura, se observaron pocas variantes según sean de Exactas e Ingeniería o de carreras afines, resultando singular que el de las carreras afines sea algo más robusto. Los destinados a otro tipo de carreras no fueron incluidos debido a que resultaron pocos en cantidad.

El perfil propuesto en Matemática del CBC de la UBA

En la asignatura Matemática del Ciclo Básico Común de la Universidad de Buenos Aires, las actividades que se proponen a los estudiantes sufrieron modificaciones durante 2012. Si bien para el perfil mayoritario fue utilizado el material anterior (por razones de distribución temporal de las actividades de la investigación), para la caracterización de este perfil se utilizó el nuevo, explicitando las diferencias entre ambos materiales.

La caracterización del perfil propuesto en la asignatura Matemática del Ciclo Básico Común de la Universidad de Buenos Aires se realizó con las grillas utilizadas para el perfil propuesto mayoritario, pero esta vez teniendo en cuenta la frecuencia de manifestación de cada una de las sub-categorías, en los casos en que esto enriquece el análisis. También se incluyó el aporte de dos entrevistas a coordinadores y las guías docentes que la coordinación facilita a los docentes para la organización de las clases..

El análisis de este perfil arrojó como resultados un amplio predominio de las cuestiones procedimentales como resolver ecuaciones, obtener la ecuación de la recta, obtener los elementos característicos de una función cuadrática, etc., desatención de las nociones teóricas y baja presencia de la actividad matemática transversal. El tipo de actividades propuestas es estereotipado, de consignas simples, directas, con bajo grado de elaboración. En comparación con lo observado en otros materiales, puede decirse que la ejercitación propuesta no se destaca por abundancia de series de ítems similares.

Entre las particularidades observadas en el análisis, puede mencionarse la atención a la resolución de inecuaciones que se realiza en el apartado de Álgebra. Sin embargo, es notable su ausencia en el resto del curso. Aún al estudiar positividad y negatividad de funciones, el método sugerido no las incluye.

Otra particularidad es la ausencia del trabajo con los irracionales, a pesar de que en el estudio de las funciones, el universo de trabajo es el campo de los reales. Uno de los coordinadores, precisó que se dejó de contemplar su estudio (en el material anterior sí se incluían, aunque someramente) debido a las dificultades que manifestaban los estudiantes.

A propósito, los coordinadores entrevistados aportaron su visión desde diferentes aristas cuando fueron consultados acerca de qué asuntos matemáticos se exigían al estudiante. Uno de ellos se expresó en forma muy compatible con lo analizado a partir de los materiales. En cambio, el otro centró su discurso en cuestiones menos específicas, como la preparación del estudiante para los estudios universitarios. Entre las especificidades que aportó, estuvo la resolución de problemas. Sin embargo, el análisis de los materiales y las sugerencias de las guías para el docente permiten afirmar que la resolución de problemas, tal como ha sido entendida en esta investigación, no está entre los asuntos que aborda el curso.

En síntesis, en Matemática del CBC, el perfil propuesto atiende cuestiones similares a las del perfil mayoritario, se observa un especial énfasis en las técnicas algorítmicas asociadas a las distintas temáticas, sin abundar en ejercitación análoga.

HACIA UNA CARACTERIZACIÓN DE LA MATEMÁTICA QUE SE ENSEÑA Y ALGUNAS LÍNEAS DE TRABAJO FUTURO

Diversos autores, entre ellos Krichesky, Rodríguez, Petrucci, Guindi, De Amézola y Cerletti, (2004) consideran que "la ciencia no es meramente un conjunto de conocimientos canonizados (un *saber*) sino que contempla también un conjunto de prácticas, de procedimientos que le son específicos (un *saber hacer*)" (p.176). En los materiales de Matemática, las actividades para el aprendizaje son las que abordan (de algún modo, transposición didáctica mediante) el *saber hacer*, complementado eventualmente, con los ejercicios resueltos a modo de ejemplos que pueden presentarse en los desarrollos teóricos. En esos desarrollos y/o síntesis teóricas es centralmente donde está presente (también de algún modo y transposición didáctica mediante) el *saber*, aunque también aparece en algunas actividades para el aprendizaje en donde se abordan cuestiones teóricas. En lo que respecta al lugar que ocupan estos dos asuntos en las propuestas de enseñanza, expresado en los materiales de Matemática, se observa una marcada división entre el tratamiento del *saber* y del *saber-hacer* y está evidentemente sugerido un orden secuencial que, a modo simplificado, puede enunciarse como *primero la teoría, luego la práctica*. Esta división y orden secuencial sugieren un modelo de enseñanza de la Matemática en el que el profesor está a cargo de la teoría y de ejemplos modélicos e ilustrativos y el estudiante está a cargo de la práctica. Como se dijo anteriormente, el modelo normativo de Charnay (1998) se ajusta a esta descripción. Esta particularidad puede observarse en algunos aspectos de uno de los modelos docentes que propone Gascón (1998): el modelo teoricista, en el que se privilegia la presentación acabada y cristalizada en teorías de los conocimientos, a la vez que se relega la actividad matemática y en el que, además, resolver problemas es una actividad secundaria que aparece como aplicación o ejemplificación o hasta con una función pedagógica pero no como constitutiva del conocimiento matemático. Más en detalle, para el autor, en este modelo se trivializan los problemas mediante su descomposición en ejercicios rutinarios. Por último, es interesante señalar que en la caracterización de este modelo, la aplicación de técnicas es una actividad “absolutamente predeterminada por la teoría” (Gascón, 2001). Sobre estas características en la Matemática del Ciclo de Inicio a los Estudios Superiores, esta investigación ha dado cuenta. Estudiar si esto se manifiesta a nivel de las clases es una punta de interés para futuros estudios.

La baja atención dada a las nociones teóricas en las actividades para el aprendizaje, lo sintético de los apartados teóricos y el tipo de actividades propuestas con tan baja presencia de la actividad matemática transversal, sugieren que la Matemática del Ciclo de Inicio a los Estudios Superiores se limita a enseñar y aprender matemática previamente construida, fenómeno asociado al que Chevallard, Bosch y Gascón (1997) llaman *enfermedad didáctica*. Bajo esta idea, la enseñanza y el aprendizaje son un fin en sí mismos y no un medio para responder a cuestiones matemáticas. Esta situación puede derivar aún en la *atomización* (Fonseca, Bosch y Gascón, 2010), que se da cuando el enfoque de la enseñanza se ampara en el supuesto de que las definiciones, las propiedades, el trabajo de las técnicas y las aplicaciones sobre una noción se enseñan y se aprenden casi al mismo tiempo y en forma casi instantánea. Así, la Matemática se reduce una sumatoria de situaciones desconectadas o poco conectadas que no tienen origen en responder a alguna cuestión matemática.

Como se indicó en el Capítulo 4, los cursos de Matemática están dirigidos a destinatarios diversos así como también forman parte de mecanismos de admisión de distinto tipo. A pesar de esta variedad que bien podría determinar especificidades en cuanto al contenido de los cursos, se observa un privilegio por determinadas temáticas (lo numérico, el Álgebra Básica y las funciones lineales y cuadráticas), por determinados aspectos de ellas (mayormente asociados a lo operacional y a técnicas algorítmicas) y por un cierto tipo de actividades con enunciados concisos, simples y directos. Es de interés para un conocimiento mayor de la Matemática del Ciclo de Inicio a los Estudios Superiores indagar acerca de por qué estas temáticas son las elegidas para tratar en el ingreso a la universidad y por qué el tratamiento focaliza en esos asuntos. A pesar de que esto no es interés específico de esta investigación sino que es una de las puntas que se abren a partir de ella, sí puede avanzarse en el marco del objetivo, más general, de conocer particularidades de la Matemática de este ciclo de modo de delinear una caracterización preliminar. Para ello, se listan enseguida una serie de observaciones, con distinto nivel de evidencia empírica, que surgieron en la investigación:

- un conjunto de temáticas que presentan una importante recurrencia en los cursos de Matemática, del campo del Precálculo y, también, atendidas por la escuela media (fundada en los resultados de la primera y segunda etapa de la investigación);

- enfoque operacional de esos temas, con predominio del desarrollo de técnicas algorítmicas (fundada en los resultados de la segunda etapa de la investigación);

- muy baja presencia de la actividad matemática transversal con ausencia de varias de sus formas de expresión constitutivas del quehacer matemático (fundada en los resultados de la segunda etapa de la investigación);

- poca atención a las nociones teóricas (fundada en los resultados de la segunda etapa de la investigación y en una mirada a los apartados teóricos de los materiales);

- imprecisiones y errores en el tratamiento de esas nociones teóricas (basada en una mirada a las partes teóricas de los materiales aunque no fundada en un estudio sistemático)

- finalidad propedéutica de lo que se enseña, por requerimientos posteriores de contenidos matemáticos (explicitado en la entrevista a uno de los coordinadores del CBC)

Las consideraciones anteriores dan soporte al trazado de algunas líneas de trabajo, discutidas a partir de una pregunta directriz, sobre las que se han realizado aquí aportes preliminares y que podrían plasmarse en investigaciones futuras.

- *¿Por qué los asuntos que atiende la Matemática del Ciclo de Inicio a los Estudios Universitarios son los encontrados aquí (Números, Álgebra Básica y Funciones lineales y cuadráticas) y por qué el tratamiento que se les da? Precisando esto último, en la*

Matemática del Ciclo de Inicio a los Estudios Universitarios ¿Por qué se privilegia por sobre cualquier otro asunto que el estudiante maneje con fluidez un conjunto de técnicas esencialmente algorítmicas relativas a lo operacional de los temas Números, Álgebra Básica y Funciones (en general, lineales y cuadráticas)?

Los temas encontrados como más frecuentes son atendidos por la escolaridad media y, por lo tanto, es razonable que sea lo que en el nivel superior se retoma. Pero hay muchos otros que también son objeto de estudio en la escuela media y que no están incluidos. Entre ellos, hay campos de la Matemática con una frecuencia de aparición muy baja, como la Geometría y también las Probabilidades y la Estadística; en particular, cabe preguntarse sobre la escasa presencia de estos últimos dos campos, si a consideración de uno de los coordinadores de Matemática del CBC, las asignaturas posteriores pertenecen mayormente a ellos.

Pero también la escuela media atiende otros temas del Precálculo más avanzados como las Funciones exponenciales y logarítmicas, las Funciones trigonométricas y aún temas básicos del Cálculo, como el límite y las derivadas, también de menor presencia en los cursos de Matemática, como se ha visto. Sin embargo, lo más elegido son los temas *iniciales* del Precálculo y que son tratados en distintos momentos de la escuela media aunque más bien en sus primeros años. A propósito, el calificativo de *iniciales* merece una consideración. Los resultados de esta investigación perfilan una Matemática del Ciclo de Inicio a los Estudios Universitarios que aparece atomizada y organizada de modo tal que queda sugerida una estructura encadenada de la disciplina que debe recorrerse eslabón por eslabón, a modo de una secuencia lineal: a grandes rasgos, la operatoria numérica como requisito para la operatoria algebraica, la operatoria algebraica para la factorización de polinomios por casos clásicos, la operatoria en general y la factorización de polinomios por casos clásicos para el estudio de las funciones elementales y todo esto para demandas de asignaturas posteriores. En este sentido está expresada la idea de temas *iniciales*. Esta concepción se ve asociada al modelo tecnicista propuesto por Gascón (1998), ya mencionado en el Capítulo 2.

Las temáticas que se enseñan en los cursos de Matemática son tratadas a partir del supuesto de haber sido estudiadas en la escuela media. Esto se establece explícitamente en las presentaciones de varios de los materiales. Entre todos los asuntos que podrían abordarse en esta vuelta sobre saberes conocidos, se ha observado en la composición de los perfiles analizados, un patrón común: el foco está puesto en técnicas algorítmicas que se propone desarrollar a partir de actividades que tienen enunciados simples y directos. A propósito, y como una punta de un posible estudio futuro, resulta interesante preguntarse si este tipo de consignas en las actividades de aprendizaje es el que los estudiantes están acostumbrados de la escolaridad media.

Así como se privilegian los aspectos mencionados, se desatiende el trabajo sobre las nociones teóricas. Esto puede fundamentarse en el hecho de que en las componentes de los perfiles caracterizados, aparecen pocos elementos vinculados a ellas. Además, las imprecisiones y hasta errores observados en las partes teóricas, abonan a lo mencionado. Como recordatorio, entre ellos, pueden mencionarse a la definición de radicación de índice par, a la noción subyacente de factorización, a la falta de consideración de los dos conjuntos a partir de los cuales se define una función, etc.

La entrevista realizada a uno de los coordinadores del CBC abona en términos de que la justificación de las cuestiones que se tratan, está sostenida en demandas futuras de las carreras de grado.

Teniendo en cuenta que los cursos analizados están ubicados en distintas universidades, aún en distintas facultades de una misma universidad, correspondientes a lugares geográficos muchas veces distantes y la inexistencia de órganos instituidos que den lineamientos sobre la enseñanza de las disciplinas en el ingreso a nivel nacional, resulta razonable pensar que lo que se enseña se justifique en alguno de los siguientes dos motivos: uno de carácter específico y propedéutico, dado por necesidades de las distintas carreras (requisitos de asignaturas posteriores) u otro, asociado a la formación integral de un estudiante universitario cualquiera, fundado en los aportes que un cierto conocimiento de la Matemática brinda a un futuro profesional. Es evidente que los resultados de esta investigación se muestran más compatibles con el primer motivo que con el segundo. Por ejemplo, ¿por qué se trabaja o repasa la operatoria con números y expresiones algebraicas, las propiedades de las operaciones en el campo real, la resolución de ecuaciones e inecuaciones, se debe saber hallar la ecuación de rectas y parábolas, etc.? El tipo de tratamiento dado, superficial, centrado en las técnicas algorítmicas, bien puede ser interpretado como indicador de que están porque se necesitan más adelante, así como también resultaría difícil fundar su vínculo con la otra opción. El abordaje de las funciones polinómicas en Matemática del CBC, un tema desarrollado con alcances relativamente amplios, es un ejemplo en donde se plasma lo mencionado aunque al interior de la asignatura, que justamente pertenece al grado y no a una instancia de ingreso: en el diseño propuesto se atiende una cuestión matemática de interés como lo es estudiar una función polinómica y para ello, es necesario manejarse con la operatoria con polinomios, la resolución de ecuaciones y la factorización con casos clásicos, temas debidamente atendidos con anterioridad. Pero también hay ejemplos en contrario, como el de la resolución de inecuaciones en Matemática del CBC, que tiene un desarrollo relativamente voluminoso pero no es retomada en ningún momento del curso. ¿Podrá ser que lo enseñado se funda no sólo en necesidades futuras sino también a tradiciones en la enseñanza de la Matemática? Otra arista de interés para estudios futuros.

En esta investigación se ha mostrado evidencia empírica de que en las actividades que se proponen a los estudiantes, las cuestiones técnico-algorítmicas, mayormente del campo de la operatoria, son las privilegiadas (realizar operar con números y con expresiones algebraicas sin discutir las restricciones a los literales que intervienen, factorizar polinomios con los casos clásicos como un fin en sí mismo, resolver ecuaciones centrado en el despeje de la incógnita, hallar la ecuación de la recta, etc.). A esto se suma la poca importancia dada al trabajo con las nociones teóricas, así como también el tipo de consignas, mayormente concisas, simples y directas. Los resultados de esta investigación tienen los alcances que la muestra permite y fueron obtenidos a partir de lo que se propone en las actividades para el aprendizaje. Para ver si esto se manifiesta con mayores alcances, es necesario ubicarse en otros niveles de concreción de las propuestas de enseñanza como el nivel de clase, en lo que respecta a la gestión del docente así como también a la evaluación.

Se ha indicado en el Capítulo 3 que la cuantificación de la manifestación de cada una de las sub-categorías analizadas para la determinación del perfil propuesto mayoritario resultaba un trabajo demasiado costoso para esta investigación, principalmente debido a la cantidad de materiales y que, por eso, los datos fueron construidos a partir de la presencia / ausencia de las mismas en los materiales. Con los alcances del estudio realizado, se ha podido observar que la operatoria numérica y algebraica es una temática dominante. Las cuantificaciones realizadas en la caracterización del perfil propuesto en Matemática del CBC de la UBA dan un fundamento inicial a la hipótesis. A esto puede agregarse que en el proceso de análisis realizado, esto resultó subyacente ya que en muchos materiales se observó que la ejercitación consistente en realizar cálculos o resolver ecuaciones, contenía muchos ítems, a diferencia de otro tipo de actividades. A modo de ejemplos, se muestran dos casos en que esto se ve abundante. Uno, contiene 36 ejercicios combinados, 36 operaciones con polinomios, 56 polinomios para factorizar con los casos clásicos y 65 operaciones con fracciones algebraicas; otro, con 38 ejercicios combinados, 24 ecuaciones y 12 funciones para darles el dominio natural.

Sería de sumo interés avanzar sobre esta cuestión en investigaciones futuras.

Para cerrar, pueden sintetizarse los aportes que realiza esta investigación. Entre ellos, la originalidad ya mencionada en lo que hace a la temática que se desarrolla. Pero también se entiende interesante mencionar que algunos de sus resultados principales pueden ser vistos como la confirmación de supuestos que rigen en el imaginario de los actores del ámbito. Bajo esta idea, la investigación aporta evidencia empírica de esos supuestos.

Otro aporte de este trabajo es la elaboración de un instrumento, conformado por categorías y sub-categorías, que permite analizar el tratamiento dado para Números, Álgebra y Funciones (en general, lineales y cuadráticas) y la Actividad Matemática transversal. Este instrumento puede ser utilizado en cualquier otra propuesta de enseñanza que incluya estas temáticas.

También es un aporte de este trabajo, el cuestionamiento subyacente a la Matemática que se enseña, debido a la escasa presencia de elementos de la actividad matemática transversal, expresada, por lo menos, a nivel de las actividades para el aprendizaje.

En todo lo analizado en este trabajo se ha brindado evidencia, con los alcances mencionados, de que la Matemática que se enseña en el Ciclo de Inicio a los Estudios Universitarios, se percibe como una pre-Matemática, esto es, como un conjunto de conocimientos asumidos como ya abordados por la escuela media, que se presentan atomizados, divididos en teoría y práctica y con privilegio por las cuestiones vinculadas a la operatoria numérica y algebraica y a las técnicas algorítmicas asociadas a ellas, en desmedro del trabajo sobre las nociones teóricas y sobre la actividad matemática transversal.

BIBLIOGRAFÍA

Abrate, R., Pochulu, M. y Vargas, J. (2006). *Errores y dificultades en Matemática. Análisis de causas y sugerencias de trabajo*. Villa María: Universidad Nacional de Villa María.

Amago, L. (2006). *Desgranamiento temprano en la universidad: Cohorte 2005. Informe de resultados*. Los Polvorines: Universidad Nacional de General Sarmiento.

Alurralde, F. y Ibarra, L. (2008). El uso de las letras en Álgebra: análisis de una evaluación de estudiantes de primer año de ingeniería. *Revista de Educación Matemática*, 23. Córdoba: FaMAF.

Aragón, A., Falsetti, M., Formica, A. y Rodríguez, M. (2003). Una forma de dar sentido al tratamiento numérico a nivel pre-universitario. En *Enseñar y aprender en la universidad. Ponencias de la Primera Jornada sobre Docencia de la Universidad Nacional de General Sarmiento 2001*. Los Polvorines – La Plata: Ediciones Al Margen – Universidad Nacional de General Sarmiento.

Arcavi, A. (1994). Symbol sense: informal sense-making in formal mathematics. *For the Learning of Mathematics, 14 (3), pp. 24-35.*

Artigue, M. (2002). Learning Mathematics in a CAS environment: the genesis of a reflection about instrumentation and the dialectics between technical and conceptual work. *International Journal of Computers for Mathematical Learning, 7, 245-274.*

Astin, A. (1999). Students involvement: a developmental theory for higher education. Utrech: Autor.

Balacheff, N. (1987). Processus de preuves et situations de validation. *Educational Studies in Mathematics, 18 (2) 147-176.*

Barreiro, P., Carnelli, G., Falsetti, M. y Leonian, P. (2012). Acercamiento a la validación en Matemática de estudiantes de pregrado en clases ordinarias. *Actas del XII Simposio de Educación Matemática*. Edumat. ISBN 987-20239-3-X

Bosch, M., Fonseca, C. y Gascón, J.(2004). Incompletitud de las organizaciones matemáticas locales en las instituciones escolares. *Recherches en Didactiques de Mathématiques, 24, (2/3) pp. 205–250.*

Bosch, M., García, F., Gascón, J. y Ruiz Higueras, L. (2006). La modelización matemática y el problema de la articulación de la Matemática escolar. Una propuesta desde la Teoría Antropológica de lo Didáctico. *Educación Matemática, 18 (2), pp. 37-74*

Boyer, C. (1987). *Historia de la Matemática*. Madrid: Alianza Universidad

Brousseau, G. (1997). *Theory of Didactical Situations in Mathematics*. Dordrecht – Boston – Londres: Kluwer Academic Publishers.

Bourdieu, P. y Passeron, J. (2003). *Los herederos. Los estudiantes y la cultura*. Buenos Aires: Siglo XXI Editores.

Camilloni, A. Basabe, L. y Feeney, S. (2009). *Los formatos de evaluación de los aprendizajes y sus relaciones con las modalidades de estudio de los alumnos universitarios. Perspectivas de investigación y marcos de análisis*. Ponencia presentada en el Primer Congreso Internacional de Pedagogía Universitaria. Secretaría de Asuntos Académicos de la Universidad de Buenos Aires. Recuperado de http://www.ungs.edu.ar/cienciaydiscurso/?page_id=232

Carnelli, G. (2011). Los cursos de Matemática en el ingreso a las universidades nacionales argentinas. *Revista del Instituto de Investigaciones en Ciencias de la Educación*, 29. Buenos Aires: Facultad de Filosofía y Letras. Universidad de Buenos Aires.

Carnelli, G., Falsetti, M., Formica, A. y Rodríguez, M. (2006). Perspectiva integrada de la enseñanza y del aprendizaje de la Matemática: una mirada al campo disciplinar. *Unión. Revista Iberoamericana de Educación Matemática, 7, pp. 23-38*

Carnelli, G., Falsetti, M., Formica, A. y Rodríguez, M. (2007). Perspectiva integrada de la enseñanza y del aprendizaje de la Matemática: una mirada al campo de la *Educación Matemática. Unión. Revista Iberoamericana de Educación Matemática, 9, pp. 166-186*

Casal, J. y Mateu, E. (2003). Tipos de muestreo. *Revista de Epidemiología y Medicina Preventiva Veterinaria. Asociación de Epidemiología y Medicina Preventiva Veterinaria, 1, pp.3-7*

Censo de estudiantes 2011. Resultados finales (2012). Sistema de Información Permanente. Universidad de Buenos Aires. Coordinación General de Planificación Estratégica e Institucional. Recuperado de http://www.uba.ar/institucional/censos/ Estudiantes2011/ estudiantes%202011.pdf

Charnay, R. (1997). "Aprender (por medio de) la resolución de problemas". En Parra, C. y Saiz, I (Comp.). *Didáctica de Matemática. Aportes y reflexiones*. Buenos Aires: Paidós

Chevallard, Y., Bosch, M., Gascón, J. (1997). Estudiar matemáticas. El eslabón. perdido entre la enseñanza y el aprendizaje. Barcelona: ICE/Horsori

Chiroleu, A. (1998). Admisión a la universidad: Navegando en aguas turbulentas. *Educação & Sociedade* 19, 62, pp. 81-103. ISSN 0101-7330

Ciclo Básico Común de la Universidad de Buenos Aires (2012). Recuperado de www.cbc.uba.ar

Colombano, V., Zuvialde, D., Marino, T. y Real, M. (2009). El desafío de diseñar problemas. Comunicación en la XXXII Reunión de Educación Matemática. Unión Matemática Argentina. Bahía Blanca, Argentina.

Del Puerto, S., Minnaard, C. y Seminara, S. (2006). Análisis de los errores: una valiosa fuente de información acerca del aprendizaje de las Matemáticas. *Revista Iberoamericana de Educación*, 38 (4) ISSN 1681-5653

De Guzmán, M. (1991). *Para pensar mejor*. Barcelona: Labor

Gil Pérez, D. y De Guzmán, M. (1993). *Enseñanza de las Ciencias y la Matemática. Tendencias e innovaciones*. Madrid: Ed. Popular - OEI

Duarte, B. (2004). *El acceso a la Educación Superior. Sistemas de Admisión a las Universidades Nacionales en Argentina*. Tesis de maestría no publicada. Universidad de San Andrés. Argentina.

Duval, R. (1998). Registros de Representación semiótica y funcionamiento cognitivo del pensamiento. En Hitt, F. (Ed.). *Investigaciones en Matemática Educativa II*, (pp. 173-201). México: Departamento de Matemática Educativa. Cinvestav.

Eisenberg, T. (1992). On the Development of a Sense for Functions. En Harel, G. y Dubinsky, E. (Eds.). *The Concept of Function, Aspects of Epistemology and Pedagogy*. MAA Notes 25, pp 153 - 174

Ezcurra, A. (2011). *Igualdad en Educación Superior. Un desafío mundial*. Los Polvorines: IEC – UNGS.

Ezcurra, A. (2007). Los estudiantes de nuevo ingreso: democratización y responsabilidad institucional. En: *Coloquio: La situación de los estudiantes de nuevo ingreso: un desafío para la Universidad del siglo XXI*. México D.F.

Ezcurra, A. (2005). Diagnóstico preliminar de las dificultades de los alumnos de primer ingreso a la educación superior. En: *Perfiles Educativos, XXVII, (107), pp 118-133*.

Falsetti, M. y Rodríguez, M. (2003). Una forma de dar sentido al tratamiento algebraico en el CAU. En *Enseñar y aprender en la universidad. Ponencias de la Primera Jornada sobre Docencia de la Universidad Nacional de General Sarmiento 2001*. – Los Polvorines – La Plata: Ediciones Al Margen – Universidad Nacional de General Sarmiento

Falsetti, M. y Rodríguez, M. (2005). *A proposal for improving students' mathematical attitude based on mathematical modelling.* Teaching Mathematics and its Applications, UK, 24 (1), pp.14-28

Fernández Lamarra, N. (2002). *La Educación Superior en Argentina*. Recuperado de http:/ www.unesco.org.ve/programas/nacionales/argentina/infnac_ar.pdf

Fonseca, C., Bosch, M. y Gascón, J. (2010). El momento del trabajo de la técnica en la completación de las Organizaciones Matemáticas: el caso de la división sintética y la factorización de polinomios. *Educación Matemática, 22 (2) pp. 5-34*.

García, F.; Bosch, M., Gascón, J. y Ruiz, L. (2007). Integración de la proporcionalidad escolar en una organización matemática regional en torno a la modelización funcional: los planes de ahorro. En Ruiz Higueras, L., Estepa, A. y García, F. (Eds.). *Sociedad, escuela y matemáticas. Aportaciones de la Teoría Antropológica de lo Didáctico, pp. 439-460*. Jaén: Servicio de Publicaciones de la Universidad de Jaén.

García de Fanelli, A. (2006). Acceso, abandono y graduación en la educación superior argentina. *Revista de Actas Pedagógicas de la Universidad de Palermo, 1 (1), Buenos Aires.*

García Guadilla, C. (1996). *Modelos de acceso y políticas de ingreso,* en *Conocimiento, Educación Superior y Sociedad en América Latina.* Venezuela: CENDES / Nueva Sociedad.

Gascón, J. (2003). Efectos del autismo temático sobre el estudio de la Geometría en Secundaria. *Revista SUMA, 44, pp. 25-34.*

Gascón, J. (2001). Incidencia del modelo epistemológico de las matemáticas sobre las prácticas docentes. *Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa. ISSN 1665-2436, 4, (2), pp 129-160*

Gascón, J. (1998). Evolución de la didáctica de las matemáticas como disciplina científica. *Recherches en Didactique des Mathématiques, 18 (1), pp 7-34.*

Gatica, N., Cosci, C., May, G., Baracco, M., Muratona, S., Zambrano, G. y Quiroga, J. (2006). *La necesidad de conversiones entre registros para la comprensión del concepto de función*. IX Reunión Universidad Nacional del Litoral. Corrientes, Argentina.

Recuperado de http://www.unsa.edu.ar/domefa/documentos/IX-reunion/11-La%20necesidad%20de%20conversiones%20entre%20registros.pdf

Gluz, N. y Rosica, M. (2011). "¿Selectividad social o escolar? Fragmentación del sistema educativo y trayectoria en el CAU". En: *Admisión a la Universidad y selectividad social: cuando la democratización es más que un problema de "ingresos"*. Los Polvorines: Universidad Nacional de General Sarmiento.

Godino, J. (2002). Un enfoque ontológico y semiótico de la cognición matemática. *Recherches en Didactique de Mathématiques 22 (2.3), pp 237-284*

Godino, J. (2003). *Teoría de las funciones semióticas. Un enfoque ontológico-semiótico de la cognición e instrucción matemática*. Universidad de Granada. Recuperado de http://www.ugr.es/local/jgodino/

Greeno, J. (1991). Number sense as situated knowing in a conceptual domain. *Journal for Research in Mathematics Education, 22 (13), pp 170-218*

Hitt, F. (2005). Dificultades en el aprendizaje del Cálculo. En Cortés C. Et Hitt F. (Éds). *Reflexiones sobre el aprendizaje del cálculo y su enseñanza, pp 81-108.* México DF: Morevallado Editores.

Hitt, F. (2001). El papel de los esquemas, las conexiones y las representaciones internas y externas dentro de un Proyecto de Investigación en Educación Matemáticas. En P. Gómez y L. Rico (Eds.). *Iniciación a la Investigación en Didáctica de la Matemática, pp. 165–178.*

Ibarra, S., Bravo, J. y Grijalva, A. (2002). *El papel de los registros de representación semiótica en la enseñanza del Cálculo Diferencial*. Recuperado de http://semana.mat.uson.mx/ MemoriasXVII/XII/Ibarra%20Olmos.pdf

Jure, I. y Solari, A. (2003). Algunas consideraciones sobre el perfil del ingresante a la Universidad Nacional de Río Cuarto. *Congreso Latinoamericano de Educación Superior* *en el siglo XXI*. San Luis. Recuperado de http://conedsup.unsl.edu.ar/ Download_trabajos/Trabajos/Eje_6_Procesos_Formac_Grado_PostG_Distancia/Jure%20 y%20Otros.PDF

Kieran, C. (1993). Functions, Graphing and Technology: En . Carpenter, E. Fennema and T. Romberg (Eds.). *Integrating Research on Learning and Instruction in Integrating Research in the Graphical Representation of Functions, NJ, Terlbaum Hillsdale, pp 189-237*

Kieran, C. (2004). Algebraic Thinking in the Early Grades: What Is It? *The Mathematics Educator 2004,8 (1) pp 139 - 151*

Koichu, B.; Berman, A. y Moore, M. (2003). *Very able students think aloud: An attempt at heuristic microanalysis*. Proceedings of the 3rd International Conference "Creativity in Mathematics Education and the Education of Gifted Students", pp 318-325. Rusia: University of Rousse

Krichesky, G., Rodríguez, M., Petrucci, D., Guindi, P., De Amézola, G. y Cerletti, (2004). Las condiciones y posibilidades del "pasaje" de saberes y prácticas especializados: el caso particular de la formación de docentes. En *II Jornadas sobre Docencia. Los docentes universitarios ante los nuevos escenarios para la formación de los estudiantes*. Los Polvorines: Universidad Nacional de General Sarmiento.

Ley de Educación Superior Nº 24 521. Ministerio de Educación. Buenos Aires. Recuperado de http://www.me.gov.ar/consejo/cf_leysuperior.html

Marino. T. y Rodríguez, M. (2009). Un estudio exploratorio sobre heurísticas en estudiantes de un curso de Matemática de nivel pre-universitario. *Revista Paradigma XXX (2)*

Marradi, A., Archanti, N. y Piovani, J. (2007). *Metodología de las Ciencias Sociales*. Editorial Emecé.

Mata, L., Porcel, E. y Romero Zalazar, C. (2005). *Conocimientos previos sobre operaciones en reales y sus propiedades en ingresantes a Fa.C.E.N.A. Comunicaciones científicas y tecnológicas 2005*. Universidad Nacional del Nordeste.

Mosquera, J. (2005). *Didáctica del Álgebra y la Trigonometría*. Universidad Nacional Abierta. Caracas.

Ministerio de Educación. Buenos Aires (s.f.). *Operativo Nacional de Evaluación 2000 Informe de Resultados.* Recuperado de http://diniece.me.gov.ar/documentos/ informe01-6.pdf

Nápoles Valdez, J. y Cruz Ramírez, M. (2000). La resolución de problemas en la escuela. Algunas reflexiones. *Función Continua. 8.* Buenos Aires

Paenza, A. (2005). *Matemática, ¿estás ahí? Sobre números, personajes, problemas y curiosidades*. Siglo XXI Editores Argentina – Universidad Nacional de Quilmes.

Panizza, M., Sadovsky, P. y Sessa, C. (1996). Los primeros aprendizajes algebraicos. El fracaso del éxito. *Reunión Anual de la Unión Matemática Argentina, Salta*. Recuperado de http:/www.fcen.uba.ar/carreras/cefiec/cefiec.htm

Parrino, M. (2005). Aristas de la problemática de la deserción universitaria. *V Coloquio Internacional sobre Gestión Universitaria*. Mar del Plata, diciembre de 2005. Recuperado de http://www.inpeau.ufsc.br/wp/wp-content/BD_documentos/coloquio10/52.pdf

Polya, G. (1965). *Cómo plantear y resolver problemas*. México DF: Trillas

Porcel, E., Sosa, M. y Cáceres, R. (2004). *Determinación y análisis de los errores cometidos por alumnos ingresantes a Fa.C.E.N.A-2001 en la resolución de ecuaciones de primer grado con una incógnita. Comunicaciones científicas y tecnológicas 2004.* Universidad Nacional del Nordeste.

Rama, C. (2005). El acceso a la Educación Superior en América Latina y el Caribe. En *Calidad de las Pruebas de Admisión en la Universidad Peruana*. Piscoya Hermosa, editor. Recuperado de www.claudiorama.name

Ramírez Arballo, M. y Denazis, J. (2011). Dificultades de estudiantes de profesorado en Matemática en la transición del nivel medio a la universidad. *Revista Premisa 13 (51) pp 23-38*

Secretaría de Políticas Universitarias. Anuario 2010 (2011). *Estadísticas Universitarias*. ISSN 1850-7514. Departamento de Información Universitaria de la Secretaría de Políticas Universitarias del Ministerio de Educación de la Nación. Recuperado de http://portales.educacion.gov.ar/spu/noticias/anuario-de-estadisticas-universitarias-2010/

Sessa, C. (2005). *Iniciación al estudio del Álgebra. Orígenes y perspectivas*. Buenos Aires: Libros del Zorzal

Sigal, V. (2003). La cuestión de la admisión a los estudios universitarios en la Argentina. *Documentos de Trabajo. Universidad de Belgrano*. Buenos Aires.

Sfard, A. (1991). On the dual nature of the mathematical objects. *Educational Studies in Mathematics*, *22*, *pp* 1-36.

Tall, D. (1996). Chapter 8: Functions and Calculus, International Handbook of Mathematics Education, A. J. Bishop et al (eds.), Kluwer Academic Publishers, Netherlands, pp 289-325.

Tedesco, J. (1985). Reflexiones sobre la Universidad Argentina. *Revista Punto de Vista 24*. Buenos Aires.

Tijonov, A. y Kostomarov, D. (1984). *Conferencias de introducción a las matemáticas aplicadas*. Moscú: Editorial Mir

Tinto, V. (2009). Taking student retention seriously: rethinking the first year of university. En *First Year Experience Curriculum Design Symposium*. Brisbane: Queensland University of Technologie

Trombetta, A. (1999). El ingreso en las universidades nacionales argentinas. En: *Sistemas de Admisión a la Universidad. Seminario Internacional*. Buenos Aires: Secretaría de Políticas Universitarias. Ministerio de Educación.

Universidad del Nordeste. Curso de Nivelación. Planificación (2008). Facultad de Agroindustrias. Recuperado de http://www.virtual.unne.edu.ar/archivos/Programa-Agroindustrias.pdf

Valles, M. (1999). *Técnicas cualitativas de investigación social. Reflexión metodológica y práctica profesional*. Madrid: Editorial Síntesis.

Vinner, S. (1983). Concept definition, concept image and the notion of function. *The International Journal of Mathematics Education in Science and Technology, 14, pp 293-305.*

Ursini, S., Escareño, F., Montes, D. y Trigueros, M. (2005). *Enseñanza del álgebra elemental. Una propuesta alternativa*. México DF: Editorial Trillas

Usiskin, Z. (1988). Conceptions of school algebra and uses of variables. En A. F. Coxford (Ed.). *The Ideas of Algebra, K-12 pp. 8-19*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

[1] Entendido aquí como el sistema en los que los aspirantes son seleccionados. Los criterios usuales de selección son el rendimiento en el nivel medio y/o la aprobación de evaluaciones de conocimientos al término de ese nivel o al inicio del superior, además la titulación en el nivel medio.

[2] Mecanismo de admisión en el que sólo se exige la titulación del nivel medio. Algunos autores cuestionan el término por la existencia de una restricción.

[3] La UBA es la universidad más grande del sistema. Capta a uno de cada cuatro estudiantes que estudian en las universidades estatales.

[4] Datos redondeados. El CBC comenzó a funcionar en 1985. Ya en 1984, con el gobierno democrático en ejercicio, la admisión fue más flexible, dentro del marco de los exámenes de ingreso.

[5] El conurbano bonaerense es la región de la provincia de Buenos Aires que a modo de cinturón rodea a la ciudad de Buenos Aires. Concentra a una tercera parte de la población del país y presenta índices socio-económicos desfavorables. Las universidades nuevas del conurbano son aquellas que iniciaron sus actividades en esa región durante la década de los noventa. En el Anuario 2010 de la Secretaría de Políticas Universitarias aparecen la Universidad Nacional de Quilmes, la Universidad Nacional de La Matanza, la Universidad Nacional de General San Martín, la Universidad Nacional de General Sarmiento, la Universidad Nacional de Lanús y la Universidad Nacional de Tres de Febrero.

[6] El ingreso a la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad de Buenos Aires no se da a través del CBC sino del Ciclo General, de dos años de duración.

[7] El estudiante que cursa Ciclo de Inicio a los Estudios Universitarios puede ser tanto un aspirante a ingresar como un estudiante del primer año. Ante esta variedad y la inexistencia de un término englobador, en esta investigación se utiliza el término *ingresante* para mencionar a estos estudiantes.

[8] Se entiende aquí por radical a un número irracional expresable como la raíz enésima de un número entero

[9] Por ejemplo, la Prueba de Aptitud Académica chilena.

[10] Se considera aquí como parte del Precálculo al Álgebra Básica y a las Funciones Elementales.

[11] Se maneja aquí un cierto margen especulativo ya que es muy arduo verificar en cada carrera de grado la existencia de una asignatura del área de Matemática. De todas formas, se ha tomado algún caso de cada carrera en la búsqueda de asignaturas de Matemática en su plan de estudios. En particular, se consideran carreras no afines a la Matemática a las que tienen sólo alguna asignatura aislada de Matemática y ésta no se ubica en los primeros años.

[12]Corresponde aclarar que varias universidades o facultades, en sus páginas web, hacen mención a que su mecanismo de ingreso no es eliminatorio y destacan el carácter nivelatorio; sin embargo, sus cursos son de aprobación obligatoria (característica que no se expresa con igual énfasis o que, en ocasiones, se omite). En este marco de poca transparencia, se realizó este relevamiento.

[13] Las universidades nuevas del conurbano son aquellas que iniciaron sus actividades en esa región durante la década de los noventa. A 2009, son la Universidad Nacional de Quilmes, la Universidad Nacional de La Matanza, la Universidad Nacional de General San Martín, la Universidad Nacional de General Sarmiento, la Universidad Nacional de Lanús y la Universidad Nacional de Tres de Febrero.

[14] Debe considerarse que en los casos en que sólo se dispone del programa, la información acerca de los contenidos que se enseñan puede adolecer de falta de detalle ya que en casi todos los casos son muy escuetos. En uno de los casos en que se dispone de las actividades, se evidencia la muy escasa presencia de contenido matemático, por lo que lo se las excluye de los análisis.

[15]Según el criterio utilizado en el Anuario 2010 de Estadísticas Universitarias (SPU, 2010)

[16]Según el criterio adoptado por Kisilevsky, Molino de Giordana, Coler y Lana (1997): GR (grandes), más de 40000 estudiantes; MED (mediana), de 10000 a 40000 estudiantes; CH

(chica), menos de 10000 estudiantes. Se toman los datos del Anuario 2010 de la Secretaría de Políticas Universitarias.

[17]Se consideran universidades nuevas a las fundadas a partir del retorno al sistema democrático a fines de 1983.

[18] Para calcular este porcentaje se tomó la distribución por facultad del estudiantado total, con algunas simplificaciones, ante la falta de detalle por carrera.

[19] Se incluyen a los cursos que se centran en Lógica cuando está sugerido en algún elemento de su diseño cierta presencia de la Matemática.

[20] De 10 de los 67 cursos de los que se dispone de los materiales, no se obtuvo información acerca del mecanismo de admisión el que se inscribe el curso (ver Anexo I)